

Universität Bremen  
Fachbereich Mathematik und Informatik

# Musikalisches Modell und Analysesoftware für die harmonische Analyse von Musik

**Bachelorarbeit**

von Louis Krüger

# Musikalisches Modell und Analysesoftware für die harmonische Analyse von Musik

## Bachelorarbeit

---

Eingereicht von: Louis Krüger  
Bremer Weg 29  
27211 Bassum  
E-Mail: [louiskrueger2002@gmail.com](mailto:louiskrueger2002@gmail.com)  
Tel.: +49 1520 1408625  
Matrikelnummer: 4593915

1. Gutachter: Prof. Dr. Andreas Breiter
2. Gutachter: Prof. Dr. Christoph Prendl

Bremen, den 30 Januar 2024

## Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit eigenständig angefertigt habe und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Textpassagen, die wörtlich oder dem Sinn nach auf Publikationen oder Vorträgen anderer Autoren beruhen, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.

Louis Krüger. Bremen, den 30. Januar 2024

## Inhaltsverzeichnis

Eidesstattliche Erklärung .....	II
Abstract .....	1
1. Einführung.....	2
2. Musikalischer Teil.....	3
2.1. Theorie der Modulation nach Franz Sauter.....	3
2.1.1. Dur- und Moll dreiklang als Grundlage der Harmonie.....	3
2.1.2. Umkehrungen .....	4
2.1.3. Tonalität.....	8
2.1.4. Dissonanzen und Sautersche Formeln.....	10
2.1.5. Modulation .....	11
2.2. Pitch Class Set Theory .....	17
2.3. Erweiterung der Theorie von Franz Sauter .....	18
2.3.1. Beschreibung der erweiterten Theorie.....	19
2.3.2. Beispiele von Analysen .....	21
2.3.3. Erweiterung der Sauterschen Formeln und Dissonanzgrade .....	29
2.4. Einschätzung der Theorie .....	31
2.4.1. Erklärung der Funktion des Dominantseptakkordes .....	32
3. Software.....	34
3.1. Überblick über das Analysetool .....	34
3.2. Vorstellung der entwickelten Software .....	35
3.2.1. pyodide.....	35
3.2.2. Abc music notation und abcjs.....	36
3.2.3. Architektur .....	38
3.2.4. Beschreibung der einzelnen Funktionen .....	40
3.2.4.1. truncate_lines .....	40

3.2.4.2. Preprocessing.....	40
3.2.4.3. calc_harmonies .....	43
3.2.4.4. analyze .....	44
3.2.4.5. analysis_to_abc_strings .....	46
3.2.5. Weiterverwendung der Ergebnisse.....	47
3.2.6. Hosting und Testen .....	48
4. Zusammenfassung.....	49
5. Weitere mögliche Forschungsfragen.....	49
Literaturverzeichnis .....	51
Abbildungsverzeichnis.....	52
Anhang .....	54

## Abstract

Von Franz Sauter erschien im Jahr 2000 das Buch „Die tonale Musik – Anatomie der musikalischen Ästhetik“, in dem er eine knappe Erklärung vorlegt, worin die Ästhetik in der Musik bestehe. Hierbei wird auch eine klare Definition von harmonischen Vorgängen in der Musik gegeben, insbesondere einige Regeln, nach denen eine Modulation erfolge. Dabei führe schon ein tonleiterfremder Ton in der Harmonie zu einer Modulation in eine andere Tonart, welche 1. alle Töne enthalte, die in der neuen Harmonie vorkommen, und 2. die meisten gemeinsamen Töne mit der vorherigen Tonart habe. Zusätzlich gebe es aber noch einige Ausnahmen, wenn dadurch die Tonart noch nicht eindeutig feststehe, da z.B. mehrere Tonarten gleich viele gemeinsame Töne mit der vorherigen Tonart haben können. Diese Theorie ermöglicht eine Erklärung von Modulationsvorgängen in tonaler Musik, einem Gebiet, in dem bisherige Erklärungsmodelle immer wieder kritisiert wurden.

In dieser Arbeit wird eine von mir weiterentwickelte Version dieser Theorie verwendet, die auch die harmonischen Vorgänge bei atonalen Harmonien beschreibt. Auch die Definition von harmonischen Formeln und von Dissonanzgraden von Franz Sauter wird um atonale Harmonien erweitert.

Es wird eine Website entwickelt, auf der Musik in Form der abc music notation automatisch nach dieser Theorie analysiert werden kann.

Durch diese Arbeit soll diese musikwissenschaftlich interessante Theorie zu der Frage, wie harmonische Vorgänge in der Musik erklärt werden können, untersucht und dann vorgestellt werden. Die automatische Analyse von harmonischen Vorgängen wird ermöglicht, um weitere musikwissenschaftliche Forschung, die diese Theorie verwendet, zu unterstützen.

## 1. Einführung

Die Modulationslehre in tonaler Musik ist ein viel erforschtes Gebiet in der Musiktheorie. In einer heute weit verbreiteten Theorie wird dabei zwischen mehreren Modulationsarten unterschieden: Diatonische Modulation, enharmonische Modulation, chromatische Modulation und Modulation durch Sequenz seien dabei die häufigeren, die einstimmige Modulation und tonzentrale Modulation eher seltenere. Schließlich gebe es noch die Rückung, bei der plötzlich, ohne funktionale Verbindung, die Tonart gewechselt wird. (vgl. Geller 2002, S. 9)

Diese Theorie der Modulation baut auf der Funktionstheorie von Hugo Riemann auf, die von Wilhelm Maler und Diether de la Motte ausgearbeitet und weiterentwickelt wurde. (Riemann o.J.; vgl. Motte 1976, S. 10) Jeder Akkord wird in Bezug auf einen Grundakkord, eine Tonika, gedeutet. Eine Modulation finde dann statt, wenn die Tonika gewechselt wird, was nur dann geschehe, wenn die neue Tonika für längere Zeit beibehalten werde und gefestigt werde. (vgl. Geller 2002, S. 7-9)

Vor relativ kurzer Zeit erschien ein neues Buch von Franz Sauter, in dem er eine Theorie der Tonalität entwickelt, die einen anderen Ansatz als andere verbreitete Theorien hat. (Sauter 2001) Diese Theorie ermöglicht einen anderen Blickwinkel auf harmonische Vorgänge in der Musik, insbesondere Modulationen. Diese Theorie wird in dieser Arbeit vorgestellt und weiterentwickelt.

Diese Theorie beinhaltet eine Definition von Modulationen, die es ermöglicht, die modellierten Abläufe bei der harmonischen Wahrnehmung von Musik zu implementieren, sodass eine automatische Analyse nach diesem Modell theoretisch möglich ist. Solch ein Analysetool wurde nun im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und als Website verfügbar gemacht.

## 2. Musikalischer Teil

### 2.1. Theorie der Modulation nach Franz Sauter

#### 2.1.1. Dur- und Molldreiklang als Grundlage der Harmonie

Franz Sauter geht von den physikalischen Schwingungen der Obertöne eines Tones als der Grundlage für die Konsonanz zweier Töne aus: Zwei Töne seien umso konsonanter, je mehr gemeinsame Obertöne diese Töne hätten (vgl. S. 15). Die Oktave, die ja ein so besonderes Intervall ist, dass wir unsere gesamte Tonbezeichnung nach ihr angepasst haben, sei deshalb für das Ohr so besonders, weil alle Obertöne des oberen Tones in dem des Tieferen enthalten sind (vgl. S. 17). Dies nennen wir *einfache Konsonanz* (vgl. S. 15).

Nun könne man beobachten, dass der Dur- und der Molldreiklang (ohne Umkehrung) die Dreiklänge mit den meisten gemeinsamen Obertönen sind. Dies hänge eng damit zusammen, dass diese Akkorde jeweils aus Quinte, große Terz und kleine Terz bestehen, welche eine große einfache Konsonanz haben.

„Der konsonante Dreiklang perfektioniert das Prinzip der Harmonie, die in seinen Komponenten, den konsonanten Zweiklängen, enthalten ist.“ (S. 18)

**Diese Dur- und Molldreiklänge seien die *harmonische* Grundlage der tonalen Musik. (vgl. S. 11)**

Auch die *harmonische Konsonanz* von Intervallen sei nur über diese Dreiklänge definiert:

„Für Quinte und Terzen folgt daraus, dass ihre eigentliche harmonische Potenz in ihrer Bestimmung als untergeordnete Momente in der Harmonie des konsonanten Dreiklangs zur Geltung kommt. [...] Ebenso [wie die Quinte] sind große oder kleine Terzen keine selbstständigen Harmonien, sondern jeweils Bestandteil eines Dur- oder eines Mollklangs.“ (S. 18)

Es besteht also ein wichtiger Unterschied zwischen *einfacher Konsonanz* und *harmonischer Konsonanz*. (Direkte) harmonische Konsonanz entstehe nur durch das Gehören zum gleichen Dur- oder Molldreiklang (ohne Umkehrung).

So sei die Quarte, welche sogar eine größere einfache Konsonanz als die Terzen hat, keine direkte harmonische Konsonanz. (vgl. S. 20)

## 2.1.2. Umkehrungen

Nun ist es in tonaler Musik so, dass Akkorde auch in ihren Umkehrungen harmonisch als so sehr ähnlich aufgefasst werden, dass wir sie sogar gleich benennen: Die Akkorde aus den Frequenzen der Töne <CEG> und <EGC> nennen wir z.B. beide „C-Dur“.

Dies liege daran, dass wir als Hörer intuitiv die Ähnlichkeit in dem Muster der gleichen Obertöne dieser beiden Akkorde wahrnehmen. Diese Ähnlichkeit ist direkte Folge davon, dass die Obertöne eines Tones, der um eine Oktave versetzt wird, gleichbleiben. Es kommen nur manche hinzu oder fallen weg. Unser Ohr könne dadurch leicht die einfache Verschiebung um eine Oktave erkennen und den eigentlichen Dur- oder Mollakkord ableiten.

„Die Töne, die im Verhältnis 2:1 erklingen, sind identisch, weil und insofern von ihrem unwesentlichen Beitrag zur harmonischen Differenzierung abstrahiert ist.“ (S. 20 - 21)

Nun liege die harmonische Konsonanz der Intervalle der Quarte und der Sexten nur darin, dass sie als Umkehrung der Quinte oder Terzen wahrgenommen werden. Dies nennt Sauter *zusammengesetzte Konsonanz*. Wie schon erwähnt, seien nur die Dur- und Molldreiklänge Grundlage aller harmonischen Konsonanz, und Quarte und Sexten tauchen in diesen Dreiklängen nur in deren Umkehrungen auf. Die Quarte hat zwar eine hohe einfache Konsonanz, aber:

„die Harmonie der Quarte ist nicht auf die unmittelbare Koinzidenz der Teiltöne in diesem Zusammenklang reduziert, sondern vereinigt die Harmonie von Oktave und Quinte in sich:

$$4:3 = (2:3) * (2:1)“$$

(S.20)

So auch bei Akkorden: Auch der aus Quarte und Terz (zusammen Sexte) zusammengesetzte Akkord hat viele gemeinsame Obertöne, werde aber als Umkehrung des entsprechenden Dur oder Mollakkordes wahrgenommen. (vgl. S. 18 - 22).

Einige eigene Gedanken hierzu:

Man kann die sehr große Ähnlichkeit in dem Muster gemeinsamer Obertöne von z.B. Quarte und Quinte oder den Umkehrungen eines Dur- oder Molldreiklangs deutlich

zeigen. Es besteht eine so große Ähnlichkeit darin, dass wir sie trotz dieser Änderungen als harmonisch gleich wahrnehmen:

Nehmen wir zwei Töne mit den Frequenzen 4 und 6 Hz (Quinte). Die Obertöne davon haben die Frequenzen:

6, 12, 18, 24, 30, 36 etc.

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36 etc.

Man sieht die Übereinstimmung bei den Frequenzen 12 und 24, 36 etc.

Nun setzen wir die Quinte eine Oktave nach unten auf 3 Hz, sodass das entstehende Intervall zwischen beiden Tönen eine Quarte ist:

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36 etc.

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36 etc.

Hier ist die Übereinstimmung der Obertöne bei genau den gleichen Frequenzen.

Das gleiche beobachtet man bei einer großen Terz bzw. großen Sexte und deren Umkehrungen der kleinen Sexte bzw. großen Terz.

Auch bei Dur- oder Mollakkorden sieht man Ähnliches:

6, 12, 18, 24, 30, 36 etc.

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 etc.

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36 etc.

Übereinstimmung bei 12, 20, 24, 30, 36 etc.

2. Umkehrung: Die Quinte (6) eine Oktave nach unten:

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 etc

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36 etc.

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36 etc.

Übereinstimmung bei 12, 15, 20, 24, 30, 36, 4 etc. Bis auf eine zusätzliche Übereinstimmung zum Konsonanzschema des Grundakkordes gleich.

1. Umkehrung: Die Terz (5) eine Oktave nach unten:

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36 etc.

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36 etc.

2.5, 5, 7.5, 10, 12.5, 15, 17.5, 20, 22.5, 25, 27.5, 30, 32.5, 35 etc.

Übereinstimmung bei 12, 15, 20, 24, 30, 36 etc. Bis auf eine zusätzliche Übereinstimmung zum Konsonanzschema des Grundakkordes gleich.

Diese kleine Änderung im Konsonanzschema durch eine zusätzliche Übereinstimmung ändert nichts daran, dass unser Ohr immer noch den Grundakkord durch die große Ähnlichkeit im Muster der übereinstimmenden Obertöne erkennt. Diese Änderung passt vielmehr sehr gut damit überein, dass wir auch intuitiv harmonische Umkehrungen eines Akkordes erkennen und diese Umkehrungen eine eigene harmonische Bedeutung haben können. Interessant ist auch, dass das Konsonanzschema der ersten und zweiten Umkehrung gleich ist, was die Frage aufwirft, ob der Unterschied zwischen diesen beiden Akkorden nur in melodischen Aspekten liegt, aber nicht in harmonischen, auch wenn das zum Beispiel in der Funktionstheorie unterschiedlich notiert wird.

Eine Verschiebung eines Akkordes um eine Oktave ändert nichts an den Verhältnissen im Konsonanzschema, außerdem können wir wegen der hohen Übereinstimmung der Obertöne von Oktavversetzungen abstrahieren, sodass wir diesen als gleichen Akkord auffassen.

Auch Versetzungen von Tönen über mehrere Oktaven hinweg könnten intuitiv als solche erkannt werden und dem „eigentlichen“ Dur- oder Mollklang gleichgesetzt werden. (vgl. dazu auch S. 20 - 21)

Z.B. ein A-Dur-Akkord wird nicht durch die Frequenzen einzelner Töne, z.B. 440, 550, 660 Hz erkannt, sondern dadurch, dass *alle* auftretenden Übereinstimmungen der Obertöne eines Akkordes im folgenden Muster enthalten sind:

Sei  $f$  die Frequenz eines beliebig tiefen Tones A. (z.B. 27.5 Hz)

Die Übereinstimmungen der Obertöne mit dem darunterliegenden E und Cis liegen dann bei folgenden Frequenzen:

$0f, 3f, 3.75f, 5f, 6f, 7.5f, 9f, 10f, 11.25f, 12f, 15f, 15+3f, 15+3.75f, \dots, 30f, 30+3f, \dots$

bis ins Unendliche

Die Übereinstimmungen bei  $3.75f$  und  $11.25f$  und den entsprechenden Additionen treten nur bei der ersten und zweiten Umkehrung auf.

Dies ist der Versuch einer physikalischen und für unsere Ohren wahrnehmbare Definition eines Dur-Akkordes. Zu sagen, ein Dur-Akkord bestehe aus einem Grundton und der Terz und der Quinte, auch oktavversetzt, ist auf einer gewissen Abstraktionsebene richtig (wie auch anderen Erklärungen), erklärt aber nicht, was unser Ohr als gleich wahrnimmt, wenn es eine Durharmonie in verschiedenen Umkehrungen und Oktavtranspositionen hört. Unser Ohr kann mit Begriffen wie „Grundton“, „Terz“ und „Quinte“ musikalisch nicht viel anfangen, sondern nimmt Frequenzen wahr. Unser musikalisches „Ohr“ (eigentlich Gehirn) erkennt dann Muster und Übereinstimmungen in diesen wahrgenommenen Frequenzen.

Alle Harmonien, die nicht ausschließlich aus den Tönen E, Cis und A bestehen, werden Übereinstimmungen haben, die nicht in dieser Reihe liegen, und da es theoretisch unendlich viele Obertöne gibt, wird es theoretisch unendlich viele Übereinstimmungen an anderer Stelle als in der oben beschriebenen Reihe geben, egal wie hoch oder wie tief dieser Akkord gespielt wird.

Für zwei unterschiedliche Harmonien wird es immer einen Frequenzbereich geben, wo diese Unterschiede zu Tage treten, bei gleichen Harmonien nie.

Diese Frequenzunterschiede in den Übereinstimmungen der Obertöne von Akkorden können wir erkennen, wenn die Akkorde nacheinander gespielt werden. Wir nehmen den Unterschied intuitiv wahr.

Solange wir kein absolutes Gehör haben, können wir zwar trotzdem nicht aus den absoluten Frequenzen den Namen eines Akkordes erkennen. Aber:

1. Wir können an dem Muster das Tongeschlecht oder insgesamt den Akkordtyp erkennen und
2. können harmonische Gleichheit oder Ungleichheit, auch zwischen Harmonien mit oktavversetzten Tönen, erkennen.

Also: Ein Dur-, bzw. Molldreiklang ist durch das Muster und die absoluten Werte der übereinstimmenden Obertöne definiert, das auch bei Umkehrungen und Oktavversetzungen (einzelner Töne) dasselbe bleibt. sodass auch solche Klänge als der gleiche Dur- oder Molldreiklang aufgefasst werden.

### 2.1.3. Tonalität

Nachdem das abstrakte Objekt eines Dur- oder Molldreiklangs gebildet wurde, der unabhängig von seinen Umkehrungen der gleiche bleibt, kommt Sauter nun zu den Funktionen der Tonika, Subdominante und Dominante.

Da die Verschiebung eines Klanges um das konsonanteste Intervall, die Oktave, nicht zu einer Änderung des Klanges führe, beschreibe die Quinte das stärkste harmonische Verhältnis, das zwischen zwei Klängen existieren könne. (vgl. S. 27)

Nun könne jeder der 24 Dur- und Molldreiklänge dieses Verhältnis nach oben und nach unten haben. Der in der Mitte liegende Dreiklang heiße schon seit Rameau *Tonika*, der eine Quinte unter der Tonika liegende *Subdominante*, der darüber liegende *Dominante*. Im Gegensatz zu Riemann betont Sauter, dass das harmonische Wesen der Tonika allein in deren Verhältnis zu einer Subdominante und einer Dominante liege, ohne die Wahrnehmung dieser anderen Akkorde könne ein Akkord nicht als Tonika gelten. Also: Es werde nicht jeder Akkord nur im Zusammenhang mit einer Tonika gedeutet, sondern alle Akkordfunktionen, auch die der Tonika, entstünden nur allein durch das Verhältnis mehrerer Akkorde. (vgl. S. 27-29)

Eine Tonart sei nun definiert durch die Töne dieser drei Akkorde. Im Grunde sei also eine Tonart keine Menge von sieben Tönen, sondern eine von drei Dreiklängen, die im Quintverhältnis miteinander stehen. Nichtsdestotrotz werde eine Tonart durch Hören ihrer Töne in egal welcher Reihenfolge: ob als Akkorde, einzelne Töne oder auch Zusammensetzungen der drei Hauptakkorde erkannt. (vgl. S. 40-41)

Bei der Frage, ob eine Molltonart mit Molltonika aus Molldominante und Mollsubdominante bestünde, antwortet Sauter mit Nein: Da z.B. die Akkorde A-Moll, E-Moll und D-Moll alle in den Tönen der Tonart C-Dur vorkommen, würde das Ohr anstatt A-Moll C-Dur als Tonart wahrnehmen, da Dur eine stärkere Konsonanz als Moll sei (wegen mehr gemeinsamen Obertönen im Klang (vgl. S. 18)).

Sauter lässt nun das Ohr entscheiden, welche der Dominanten Dur-Dominanten sein müssen: Zwei Durdominanten würden eine Durtonika bedeuten, eine Dursubdominante würde wiederum den Klangbestand einer Durtonart bilden, es bliebe also nur noch eine Durdominante und eine Mollsubdominante, um mit einer Molltonika eine Molltonart zu bilden. (vgl. S. 42 - 43)

Also: Alle Kombinationen von Dur- und Molldreiklängen in Quintverwandschaft zueinander würden auf eine Durtonart mit drei Durklängen schließen lassen, bis auf die Kombination von Molltonika, Mollsubdominante und Durdominante, welche einen eigenen Tonarttyp, die Molltonart, bildet.

Und tatsächlich wird die „erhöhte“ siebte Stufe in der Musikliteratur sehr oft als Bestandteil des normalen Tonvorrats einer Molltonart behandelt, man denke z.B. an das erste Thema der Oboe in Schuberts Sinfonie in h-Moll (Unvollendete) oder an den Anfang von Beethovens 5. Sinfonie in C-Moll, wo die Auflösung des B's in das H in den Dominantklängen die Regel ist. Bach benutzt die erhöhte siebte Stufe, um von F-Dur nach D-Moll zu wechseln:

122 **Nº 63.** CHORAL. CORO I. II. Soprano con Fl. ed Ob.

1. O Haupt voll Blut und Wunden, voll Schmerz und voller Hohn! O Haupt, zu Spottge-  
 2. Du edles Angesichte, vor dem sonst schrickt und scheut das große Weltge-

Abbildung 1: O Haupt voll Blut und Wunden

Quelle:

[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/5f/Bach\\_Matth%C3%A4uspassion\\_O\\_Haupt\\_voll\\_Blut\\_und\\_Wunden.jpg/1280px-Bach\\_Matth%C3%A4uspassion\\_O\\_Haupt\\_voll\\_Blut\\_und\\_Wunden.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/5f/Bach_Matth%C3%A4uspassion_O_Haupt_voll_Blut_und_Wunden.jpg/1280px-Bach_Matth%C3%A4uspassion_O_Haupt_voll_Blut_und_Wunden.jpg)

Es lassen sich unzählige weitere Beispiele dafür finden, dass intuitiv der Tonbestand der harmonischen Molltonleiter anstelle der „naturellen“ Molltonleiter verwendet wird.

Laut der vorgestellten Theorie würde die Verwendung einer erniedrigten siebten Stufe, wie sie auch manchmal vorkommt, zu einer Modulation in die parallele Durtonart führen, aber keine eigene Tonart bilden. (vgl. S. 46 ff.)

In tonaler Musik gebe es also zwei nur zwei Arten von Tonarten:

1. Eine Durtonart aus den Tönen von Durtonika, Dursubdominante und Durdominante und eine
2. Molltonart aus den Tönen von Molltonika, Mollsubdominante und Durdominante,

wobei die Begriffe „Tonika“, „Subdominante“ und „Dominante“ allein die Position in den Quintverwandschaften dieser drei Akkorde beschreiben.

Eine Tonart werde zu Beginn eines Stückes dadurch eindeutig wahrnehmbar, dass eine Harmonie oder eine Abfolge von Harmonien erklingt, die Töne enthalten, die nur zu einer Tonart gehören, wie das zum Beispiel bei verschiedenen Kadenzten der Fall ist (vgl. S. 53-54).

#### 2.1.4. Dissonanzen und Sautersche Formeln

Sauter beschreibt auch Dissonanzen als klar definierte Erscheinungen, die harmonisch klar von Konsonanzen getrennt werden können.

Eine Dissonanz entstehe dann, wenn gleichzeitig Töne aus 2 oder 3 der Klänge Tonika, Dominante, Subdominante erklingen. (vgl. S. 30) So ist z.B. Der Akkord <CFG> in der Tonart C-Dur eine Dissonanz, weil gleichzeitig Töne aus der Tonika und Subdominanten erklingen. Auch der Dominantseptakkord ist eine Dissonanz aus dem Dominantdreiklang und dem Grundton der Subdominanten.

Die verschiedenen Konsonanzen und Dissonanzen können dargestellt werden durch Benennung der vorkommenden Dreiklangstöne. (vgl. S. 30) Dies nennen wir *Sautersche Formel*<sup>1</sup>. Ein Beispiel für eine solche Formel für den Dominantseptakkord:

D135S1

Man sieht direkt die Zusammensetzung dieses Akkords aus Tönen der Dominante und der Subdominante.

Es wäre auch möglich, dass G im Akkord als fünfte Stufe der Tonika darzustellen. Wir nehmen jedoch die Repräsentation wahr, die die mildeste Form der Dissonanz beschreibt (siehe unten) (vgl. S. 32). Wenn es hier keinen Unterschied macht, ob ein Ton als Vertreter beider Dreiklänge aufgefasst wird, wird er beiden zugeordnet (z.B. T15D15 für <CDG> in C-Dur statt T15D5 oder T1D15 ).

---

<sup>1</sup> Sauter verwendet eine symbolische Notation und nennt dies „Harmonische Formel“. Zu sehen hier: <https://www.tonalemusik.de/lexikon/tonalitaet.htm#Dissonanz>

### Verschiedene Grade an Dissonanz:

- Eine harmonische *Konsonanz* entstehe dann, wenn alle erklingenden Töne Teil einer der Dreiklänge Tonika, Subdominante oder Dominante sind.
- Eine milde Dissonanz entstehe durch den Zusammenklang von Tonika mit einer der Dominanten. Beispiel: <CDEG> in C-Dur, Formel: T135D15
- Eine mittlere Dissonanz entstehe durch den Zusammenklang beider Dominanten. Beispiel: <CDFG> in C-Dur, Formel: D15S15
- Eine hohe Dissonanz entstehe durch durch den Zusammenklang aller drei Grunddreiklänge einer Tonart. Beispiel: <EAH> in C-Dur, Formel: T3D3S3

(vgl. S. 29 - 32)

Außerdem gebe es noch das Phänomen der *Scheinkonsonanz*, das entstehe, wenn eine harmonische Dissonanz wie ein konsonantes Intervall oder ein konsonanter Dreiklang aussieht, z.B. das Intervall <AC> oder der Dreiklang <ACE> in C-Dur. Diese sind nach obiger Definition Dissonanzen aus Tonika und Subdominante, eine kleine Terz bzw. ein Mollakkord könnten aber ohne diesen tonalen Zusammenhang in einer Tonart als Konsonanzen vorkommen. (vgl. S. 35, 41-42)

Die Scheinkonsonanz lässt sich auf der Skala der Grade an Dissonanz zwischen Konsonanz und milde Dissonanz einordnen:

- Konsonanz (T, S oder D)
- Scheinkonsonanz (Dissonanz, die in einer anderen Tonart eine Konsonanz sein könnte)
- Milde Dissonanz (TS oder TD)
- Mittlere Dissonanz (SD)
- Hohe Dissonanz (TSD)

### 2.1.5. Modulation

So wie vorhin Dur- und Molldreiklänge durch die Verhältnisse in einzelnen Tönen gebildet wurden (*erste Ebene*) und dann als eigene Objekte angesehen wurden,

werden jetzt ganze Tonarten, die durch Verhältnisse zwischen Dur- und Molldreiklängen entstehen (*zweite Ebene*), in Beziehung gesetzt (*dritte Ebene*):

„Die Tonarten, in deren Tonbeständen sich die Tonalität kristallisiert, sind Ausgangspunkt eines *dritten* Typs harmonischer Verhältnisse. [...] Solche Verhältnisse realisieren sich im Übergang einer Tonart zu einer anderen Tonart, also in der Modulation.“ (S. 46)

Eine Modulation ist hier wieder ein klar definierter Begriff: Eine Modulation finde dann statt, wenn man sich in einer Tonart befinde und in der Harmonie ein Ton vorkomme, der nicht zu der jetzigen Tonart gehöre. Man wechsele direkt zu der Tonart, die

1.: Alle Töne enthalte, die in der jetzigen Harmonie erklingen und

2.: Die meisten gemeinsamen Töne mit der ehemaligen Tonart habe. (vgl. S. 54-55)

Sauter geht hierbei von der temperierten Stimmung aus, der Unterschied z.B. zwischen einem d' in A-Moll mit 587 Hz und einem d' in C-Dur mit 594 Hz sei so gering, dass man auch in reiner Stimmung diesen Ton als „gleichen“ Ton hören würde, in temperierter Stimmung würde dieser Unterschied sowieso wegfallen. (vgl. S. 47) Auch werde beim Bestimmen der Tonarten, die eine Harmonie beinhalten und beim Zählen gemeinsamer Töne von enharmonisch verwechselten Tönen abstrahiert (vgl. S. 51).

Für die händische Bestimmung von Schritt 1 kann die von mir generierte Auflistung aller tonalen Pitch Class Sets<sup>2</sup> im Anhang herangezogen werden.

Für die händische Bestimmung der gemeinsamen Töne von Tonarten (Schritt 2) wurde von mir folgendes Hilfsmittel entwickelt:

---

<sup>2</sup> Es handelt sich dabei um die *reduced forms* der Pitch Class Sets, den  $T_n$ -Typ. Hierbei wird von Transposition und Umkehrung abstrahiert, aber *nicht* von Inversionen, wie das zusätzlich bei den *prime forms* der Fall ist ( $T_n/T_n/I$ -Typ). Dadurch wird z.B. zwischen Moll- und Durklang unterschieden, was bei tonaler Musik sehr wichtig ist. (vgl. Humdrum Extras: tntype manpage 2013)

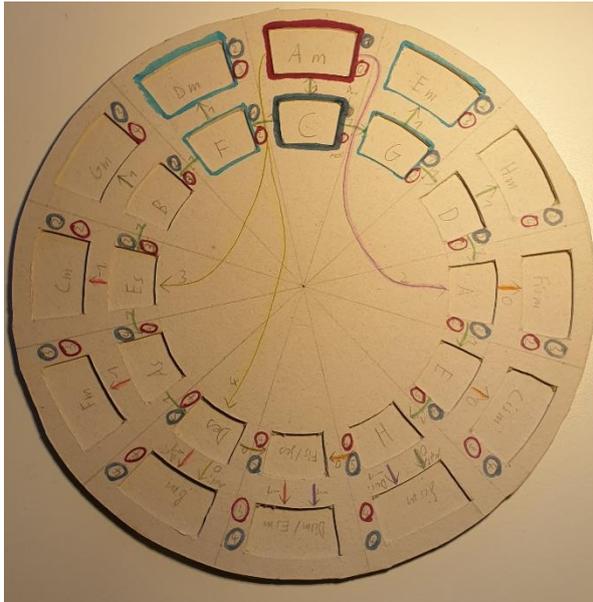


Abbildung 2: Foto Hilfsmittel zur Bestimmung der Anzahl unterschiedlicher Töne zweier Tonarten 1

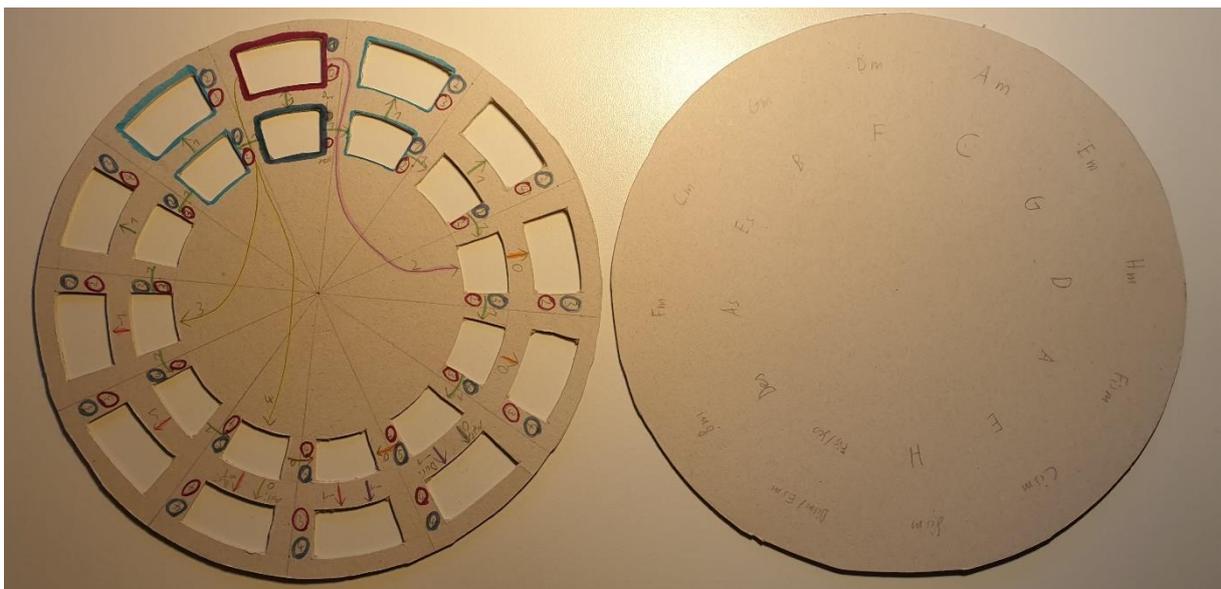


Abbildung 3: Foto Hilfsmittel zur Bestimmung der Anzahl unterschiedlicher Töne zweier Tonarten 2  
(Quelle: Selbst erstellt)

Die Anordnung der Tonarten auf der Scheibe ist die des Quintenzirkels.

Dieses Hilfsmittel ermöglicht es, eine Ausgangstonart „einzustellen“ und die Anzahl an unterschiedlichen Tönen mit verschiedenen anderen Tonarten direkt abzulesen. Die Anzahl an unterschiedlichen Tönen bei Dur-Tonarten korreliert ziemlich genau mit der Entfernung im Quintenzirkel, bei Molltonarten ist das Muster durch die Verwendung der harmonischen Molltonleiter nicht so simpel.

Diese Theorie vereinheitlicht also die in Kapitel 2.1 verschiedenen genannten Modulationsarten und bringt sie auf ihren kleinsten gemeinsamen Nenner: Das Vorkommen von tonartfremden Tönen. Dies führe direkt eine Modulation (Ob diese Modulation in eine andere Tonart durch die folgenden Harmonien bestätigt wird oder ob relativ zügig zurück- oder weitermoduliert wird, ist hierbei nicht direkt wichtig. Die Unterscheidung zwischen Modulation und Ausweichung in der Funktionstheorie (vgl. Geller 2002, S. 9) wird also nicht gemacht.)

Hier kommt es also zu einer Überlagerung vom Begriff der Modulation, der zunächst verwirren kann: In der Funktionstheorie wurden auch Klänge wie die Doppeldominante oder alterierte Akkorde wie der neapolitanische Sextakkord als der gleichen Tonart wie der Tonika zugehörig gedacht. Solche Klänge sind nach der Theorie Sauters als Bestandteile einer neuen Tonart aufzufassen, da deren tonleiterfremden Töne eine Modulation verursachen. Hingegen werden in der Funktionstheorie solche Akkorde nicht mal als Ausweichung bezeichnet, hier sei eine Modulation mit dadurch gekennzeichnet, dass die neue Tonika für längere Zeit beibehalten werde und gefestigt werde. (vgl. Geller 2002, S. 9)

Sauter verwendet außerdem den Begriff der *Konstitutionsphase*, die das Finden einer ersten Tonart zu Beginn eines musikalischen Werkes beschreibt. Zum Bestimmen einer ersten eindeutigen Tonart müssten nacheinander Töne erklingen, die unverwechselbar zum Tonbestand genau einer Tonart gehörten. Erst dann seien Modulationen möglich. (vgl. S. 54)

Eine *Indifferenz*, eine Uneindeutigkeit der Tonart, entstehe dadurch, dass entweder zu Beginn eines musikalischen Werkes noch nicht genug Töne erklingen sind, die zu genau einer Tonart gehörten oder bei dem oben beschriebenen Vorgehen bei einer Modulation mehrere Tonarten als neue Tonarten möglich sind.

Bei einer Modulation könne die Indifferenz durch nachfolgende Akkorde aufgelöst werden, wenn durch die weiter verwendeten Töne klar werde, in welcher der möglichen Tonarten man sich befinde. (vgl. S. 53 - 58)

Ein Beispiel soll all dies veranschaulichen:



Abbildung 4: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 1  
(Quelle: Selbst erstellt)

Konstitutionsphase:

Der erste Akkord kann noch zu zwei Tonarten gehören: A-Dur oder A-Moll (harmonisch).

Nach dem zweiten Akkord sind Töne erklingen, die insgesamt nur in der Tonart A-Moll vorkommen, wodurch diese als aktuelle Tonart festgesetzt ist, durch „unverwechselbare tonale Verhältnisse“ (S. 54) in den erklingenen Tönen.



Abbildung 5: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 2  
(Quelle: Selbst erstellt)

Nun findet durch den dritten Akkord eine Modulation statt: Durch das G verlassen wir den Tonbestand von A-Moll.

Wir wenden jetzt die erwähnten Regeln der Modulation an:

1. Die Töne <CEG> können den Tonarten [C, F, G, Em, Fm] vorkommen.
2. Von diesen Tonarten hat C-Dur alleine die meisten gemeinsamen Töne mit der vorherigen Tonart A-Moll (6 gemeinsame Töne). Also modulieren wir nach C-Dur.

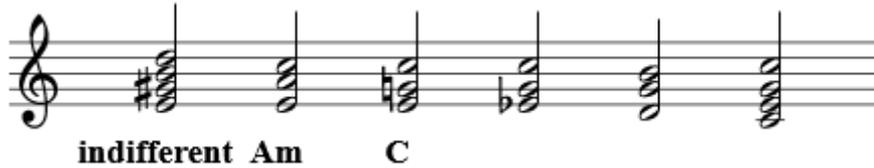


Abbildung 6: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 3  
(Quelle: Selbst erstellt)

Auch der nächste Akkord führt zu einer Modulation, da das Es nicht Teil von C-Dur ist:

1. Die Töne <CEsG> können den Tonarten [Es, As, B, Cm, Em, Gm] vorkommen. (Für Em wird das Es enharmonisch mit dem Dis verwechselt.)
2. [Cm, B und Em] haben jeweils den maximalen Wert von 5 gemeinsamen Tönen mit der vorherigen Tonart C-Dur.

Wir haben hier also eine Indifferenz vorliegen, da die Tonart nicht eindeutig bestimmt ist.

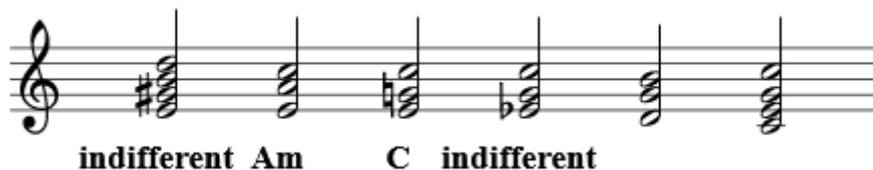


Abbildung 7: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 4  
(Quelle: Selbst erstellt)

Der nächste Akkord besteht aber aus Tönen, die zwar in alle in C-Moll vorkommen, aber nicht in B-Dur oder E-Moll. Dadurch werde rückwirkend klar, dass die Modulation nach C-Moll gewählt wurde.

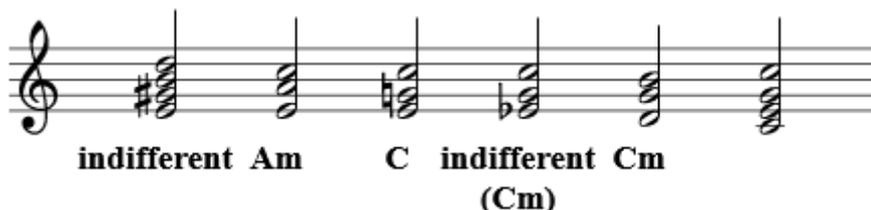


Abbildung 8: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 5  
(Quelle: Selbst erstellt)

Der Töne des nächsten Akkords (mit einem Es) sind vollständig in C-Moll enthalten, die Tonart bleibt also C-Moll.

**indifferent Am      C    indifferent Cm      Cm**  
**(Cm)**

Abbildung 9: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 6  
(Quelle: Selbst erstellt)

Wir können auch die sauterschen Formeln und den Grad der Dissonanz angeben:

**indifferent Am      C    indifferent Cm      Cm**  
**(Cm)**

**ind.    T135    T135    (T135)    D135    T135**  
**ind.    con     con     (con)    con    con**

Abbildung 10: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 7  
(Quelle: Selbst erstellt)

## 2.2. Pitch Class Set Theory

Ein weiteres musiktheoretisches Modell, das für diese Arbeit wichtig ist, ist die Pitch Class Set Theory. Wie oben schon erwähnt wird nämlich insgesamt von enharmonisch gleichen Tönen abstrahiert: Es zähle die gehörte Frequenz eines Tones bei der Wahrnehmung von Musik, nicht dessen Notierung in den Noten der Musiker. Als Mensch könne man den Tönen nicht anhören, wie diese in den Noten notiert sind. Auch die eventuellen kleinen Unterschiede in der Intonation würden dabei nichts ändern. (vgl. Sauter 2001, S. 47 - 52) Die Regeln der harmonischen Wahrnehmung müssen also unabhängig von der Notation sein.

Deshalb bietet sich die Tonbezeichnung der Pitch Class Set Theory an, bei der von enharmonisch gleichen Tönen und verschiedenen Oktavlagen abstrahiert wird, indem jedem Halbton eine Zahl zugeordnet wird. C oder His entspricht der 0, Cis

oder Des der 1 usw.. A und B werden für den 11. und 12. Ton (Ais/B und H/Ces) benutzt. Eine Harmonie oder ein Akkord wird also unabhängig von der Oktavlage der einzelnen Töne als Menge von Zahlen angegeben. Eine Aufzählung aller Prime Forms von Pitch Set Classes, bei denen von Umkehrungen, Transpositionen und „Inversionen“ (Horizontale Spiegelung im Notenbild, bzw. Umkehrung der Intervalle, z.B. ist Moll die Inversion von Dur) abstrahiert wird, wird durch die Forte-Nummern nach Allen Forte (Forte 1973) oder die Systematisierung nach Rahn (Rahn 1980) angegeben. (Helmberger 2014)

### 2.3. Erweiterung der Theorie von Franz Sauter

Für diese Arbeit wird allerdings eine eigene Erweiterung oder Verallgemeinerung dieser Theorie verwendet werden. Es gibt in der Theorie Sauters nämlich noch einige Ausnahmen oder Sonderfälle: Zum einen atonale Akkorde, die aus Tonmaterial bestehen, das in keiner Tonart vollständig enthalten ist. Laut Sauter würde ein solcher Akkord dazu führen, dass kein Zusammenhang mit der vorigen Tonart mehr bestehe und ein völlig neues Konstituieren einer Tonart erforderlich ist (vgl. Sauter 2016, Gesetze der Modulation - Regel 9). Dies entspricht aber nicht ganz dem, wie das Ohr solche Akkorde wahrnimmt: So ist z.B. der Akkord <G H Des F>, der in der Funktionstheorie als Dominantseptakkord mit tiefalterierter Quinte bezeichnet werden kann, solch ein atonaler Akkord, der aber auch in klassischer Musik verwendet wird, in der dieser Akkord offensichtlich nicht zu völliger Auflösung des Tonikaempfindens führt. Ein Beispiel findet sich in Schuberts 5. Symphonie, 1. Satz, in der Exposition:

Beispiel 5.10. – *Übermäßiger Terzquartsextakkord*: Schubert, 5. Symphonie, 1. Satz

B-dur:  $B$  ———  $(B^7_{5>} \text{ } 7 \text{ } 9-5>)$   $T$  —  $D^7_{5>}$  —  $T$  —  $D^7_{5>} \text{ } 9-5>)$   $B$  ———

Abbildung 11: Beispiel eines atonalen Akkordes bei Schubert  
Quelle: (Krämer 1997, S. 48)

Hier findet sich im dritten und vierten Takt auf der dritten Zählzeit dieser atonale Akkord, der sich aber in das harmonische Geschehen einfügt, ohne dieses auf einmal völlig zu Bruch zu bringen.

Ein weiterer Punkt, an dem es zu einer Veränderung kommt, sind die Regeln zum Umgang mit Indifferenzen. Diese entstehen durch Akkorde, die zu einer Modulation führen, aber bei denen die Tonart, in die moduliert wird, nicht eindeutig bestimmt werden kann, weil mehrere Tonarten diesen Akkord beinhalten und die gleiche Anzahl an gemeinsamen Tönen mit der vorherigen Tonart haben. Die Regeln hierzu sind nicht direkt eindeutig, jedenfalls zur Implementierung der Regeln muss es zu einer Spezifizierung oder Klarstellung kommen. (vgl. Sauter 2016, Gesetze der Modulation - Regel 5 bis 8, 10)

### 2.3.1. Beschreibung der erweiterten Theorie

Das Problem der harmonischen Betrachtung atonaler Klänge wird durch erneute Anwendung des Prinzips der meisten gemeinsamen Töne gelöst:

Da es bei dem Schritt der Bestimmung möglicher Töne keine Tonart gibt, die alle Töne eines atonalen Akkordes enthält, werden nun alle Tonarten betrachtet, die möglichst viele gemeinsame Töne mit dem Akkord haben: Zuerst die Tonarten, die alle außer einen Ton des Akkordes beinhalten. Wenn es keine solche gibt, die Tonarten, die alle außer zwei Töne beinhalten usw..<sup>3</sup> Dies sind dann die möglichen Tonarten, zu denen solch ein Akkord gehören kann. Diese bilden dann auch alle Tonarten, die mit der Tonartmenge davor verglichen werden (s. u.).

Außerdem wird das Prinzip der maximalen Übereinstimmung zwischen Tonarten von der Verwendung bei Tonarten auf die Verwendung bei Tonartmengen erweitert:

Bei der Theorie von Sauter gibt es nur harmonische Zustände mit genau einer Tonart, sonst befindet man sich in dem Zustand der harmonischen Indifferenz. Diese harmonische Indifferenz soll nun nicht mehr als unbestimmter Zustand gelten, sondern durch Benennung aller *möglichen* Tonarten bestimmt werden.

---

<sup>3</sup> Der atonalste Akkord wäre dann der, bei dem alle zwölf Töne der chromatischen Skala gleichzeitig gespielt werden. Dieser hat zu allen 24 Tonarten die maximale Entfernung von 5 tonleiterfremden Tönen und müsste deshalb für unsere Gewohnheiten der möglichst unangenehmste Klang sein. Das tatsächliche Hören scheint diese These zu unterstützen.

Ein harmonischer Zustand, davor entweder indifferent oder eine einzelne Tonart, muss nun nicht nur aus einer Tonart bestehen, sondern man kann sich genauso gut in mehreren Tonarten gleichzeitig, einer Tonartmenge, befinden.

Wenn die Tonart an einer Stelle eindeutig feststeht, befindet man sich in einer Tonartmenge mit nur einem Element, der jetzigen Tonart. Eine Indifferenz liegt dann vor, wenn man sich in einer Tonartmenge mit mindestens zwei Tonarten befindet – Bei so einem harmonischen Zustand ist die Tonart also nicht eindeutig, aber es sind auch eben nicht alle Tonarten möglich.

Das Bestimmen eines neuen harmonischen Zustandes, geschieht dann durch folgenden Vorgang:

Es erklingt ein neuer Akkord. Jede Tonart  $x$  aus dem vorherigen harmonischen Zustand  $X$  wird mit jeder Tonart verglichen, zu denen der neue Akkord gehören kann. Der neue harmonische Zustand  $Y$ , in dessen Tonarten man sich nach dem Erklingen des Akkords befindet, sind dann alle Tonarten  $y$ , die mit einer Tonart aus dem vorherigen harmonischen Zustand  $X$  in Bezug auf alle anderen Vergleiche die meisten gemeinsamen Töne haben.

Wenn auf einen harmonischen Zustand ein Akkord folgt, bei dem Töne vorkommen, die zu allen möglichen Tonarten aus diesem vorherigen harmonischen Zustand tonleiterfremd sind, kommt es zu einer Modulation.

Diese Erweiterung des Vergleichs zwischen Tonartmengen beinhaltet auch die anderen von Sauter beschriebenen Regeln der Modulation, sie lassen sich aus dem eben beschriebenen Vorgang ableiten. Regel 2, 9 und 10 gelten aber nach den Änderungen dieser Theorie nicht. (vgl. Sauter 2016, Gesetze der Modulation)

Interessant ist auch, dass dieser Algorithmus auch die Vorgänge bei der Tonartkonstitution in sich einschließt: Vor dem Hören eines musikalischen Werkes sind alle Tonarten möglich, durch das Hören von Tönen werden nach und nach immer weitere Tonarten aus der Tonartmenge der möglichen Tonarten „ausgesiebt“, bis schließlich nur noch eine Tonart übrigbleibt, in der bis hierhin alle Töne enthalten waren.

Die Vorgänge als Algorithmus:

(Seien  $N, X, Y$  Bezeichnungen für Tonartmengen (harmonischen Zuständen);  $x, y, z$  für Tonarten;  $A, B, C$  für Harmonien.)

Zu Beginn ist jede Tonart möglich, man befindet sich in dem harmonischen Zustand  $X = [A//]$ , die alle 24 Tonarten enthält.

Für jede neue Harmonie  $B$ :

1. Bestimme alle Tonarten, die mit möglichst vielen Tönen aus  $B$  übereinstimmen. (Bei tonalen Akkorden sind das die Tonleitern, die in allen Tönen mit  $B$  übereinstimmen, bei atonalen Akkorden gibt es keine solche Tonleiter.) Diese bilden eine Tonartmenge  $N$  („Neu“).

2. Für jede Tonart  $n$  aus  $N$ :

Bestimme die Anzahl der gemeinsamen Töne mit jeder Tonart  $x$  aus  $X$ .

Alle Tonarten  $n$ , die mit einer Tonart aus  $X$  am meisten gemeinsame Töne hat, bilden den neuen harmonischen Zustand  $Y$ , in der man sich nach dem Erklingen von  $B$  befindet.

$X = Y$  (Die neue Tonartmenge  $Y$  wird für die Betrachtung der nächsten Harmonie als Ausgangspunkt genommen.)

### 2.3.2. Beispiele von Analysen

Das obige Beispiel, jetzt nach dieser erweiterten Theorie analysiert, soll dies veranschaulichen<sup>4</sup>:

---

<sup>4</sup> Im Folgenden werden um der besseren Lesbarkeit willen übliche Tonart-, Akkord- und Tonbezeichnungen verwendet. In der vorgestellten Theorie werden aber enharmonische Töne und Tonarten für die Bestimmung der harmonischen Funktion nicht unterschieden. Streng genommen müsste man statt Namen die Zahlen der Pitch Class Set Theory verwenden (siehe oben), wo zum Beispiel Es und Dis beide die gleiche Zahl 3 haben und nicht unterschieden werden können. Wenn also z.B. gesagt wird, dass Gis in Cm enthalten ist, ist damit nur gemeint, dass die Pitch Class 8, die einem Gis oder As entspricht, in der Molltonleiter enthalten ist, die als Grundton die Pitch Class 0 (entspricht Cm) hat.



Abbildung 12: Beispielanalyse nach erweiterter Theorie 1  
(Quelle: Selbst erstellt)

#### Der erste Akkord:

1. Schritt: Die Töne <EGisHD> sind nur in den Tonarten A-Dur und A-Moll enthalten.
2. Der vorherige harmonische Zustand besteht aus allen Tonarten. Beide möglichen neuen Tonarten haben völlige Übereinstimmung mit genau einer Tonart aus dieser Menge. Also bilden beide Tonarten, A-Dur und A-Moll, zusammen den neuen harmonischen Zustand

Der neue harmonische Zustand ist eine Indifferenz, aber ist viel genauer beschrieben als in der Theorie Sauters und gibt genauer wieder, was ein Hörer dieses Klanges wahrnimmt.



Abbildung 13: Beispielanalyse nach erweiterter Theorie 2  
(Quelle: Selbst erstellt)

#### Zweiter Akkord:

1. Schritt: Die möglichen Tonarten von <ACE>: [C, F, G, Am, Cism, Em]
2. Schritt: Von diesen Tonarten hat alleine A-Moll eine maximale Übereinstimmung mit einer der beiden davor möglichen Tonarten A-Dur und A-Moll. Also ist diese Tonart der neue harmonische Zustand.



Abbildung 14: Beispielanalyse nach erweiterter Theorie 3  
(Quelle: Selbst erstellt)

#### Dritter Akkord:

1. Schritt: Die möglichen Tonarten von <CEG>: [C, F, G, Em, Fm]
2. Schritt: Keine mögliche Tonart ist in dem vorherigen harmonischen Zustand enthalten. Es kommt also zu einer Modulation.

Gemeinsame Töne mit A-Moll:

C-Dur: 6

F-Dur: 5

G-Dur: 5

E-Moll: 4

F-Moll: 4

Da C-Dur alleine die meisten gemeinsamen Töne mit A-Moll hat, befinden wir uns nach dem Erklingen dieser Harmonie in der Akkordfolge in dem harmonischem Zustand mit der Tonart C-Dur.



Abbildung 15: Beispielanalyse nach erweiterter Theorie 4  
(Quelle: Selbst erstellt)

Vierter Akkord:

1. Schritt: Die möglichen Tonarten von <CEsG>: [Es, As, B, Cm, Em, Gm]
2. Schritt: Keine mögliche Tonart ist in dem vorherigen harmonischen Zustand enthalten. Es kommt also zu einer Modulation.

Gemeinsame Töne mit C-Dur:

Es-Dur: 4

As-Dur: 3

B-Dur: 5

C-Moll: 5

E-Moll: 5

G-Moll: 4

Mehrere Tonarten haben die meisten gemeinsamen Töne mit der davorigen Tonart: Der neue harmonische Zustand ist eine Indifferenz aus den Tonarten [B,Cm,Em]. Für uns als Hörer ist jede dieser Tonarten gleichermaßen als

aktuelle Tonart möglich, oder, anders ausgedrückt: Wir befinden uns in einem harmonischen Zustand, der aus einer Art Überlagerung mehrerer Tonarten besteht.



Abbildung 16: Beispielanalyse nach erweiterter Theorie 5  
(Quelle: Selbst erstellt)

Fünfter Akkord:

1. Schritt: Die möglichen Tonarten von <GHD>: [G, C, D, Hm, Cm]
2. Schritt: Man sieht schnell, dass allein die mögliche neue Tonart C-Moll die meisten gemeinsamen Töne mit einer Tonart aus dem vorherigen harmonischen Zustand hat. Der nächste harmonische Zustand besteht aus der Tonart C-Moll.

Man sieht, dass dieses Vorgehen das von Sauter beschriebene Auflösen einer Indifferenz durch nachfolgende Akkorde beschreibt.

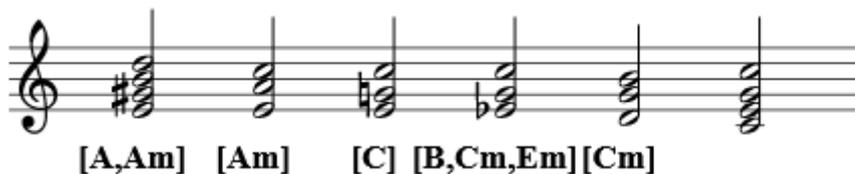


Abbildung 17: Beispielanalyse nach erweiterter Theorie 6  
(Quelle: Selbst erstellt)

Sechster Akkord:

1. Schritt: Die möglichen Tonarten von <CEsG>: [Es, As, B, Cm, Em, Gm]
2. Schritt: Wieder hat C-Moll von den neuen möglichen Tonarten die maximale Übereinstimmung mit der davor möglichen Tonart C-Moll. Wir bleiben also im harmonischen Zustand [Cm].

Die sauterschen Formeln und Dissonanzgrade sind gleiche denen aus dem obigen Beispiel.

Ein weiteres Beispiel, das eine längere Tonartkonstitution, atonale Akkorde und eine Modulation aus einer Indifferenz heraus enthält:

**Tristan Prelude**

(14 Tonarten, die A beinhalten) [F,B,C,Fism,Am,Bm,Dm] [F,C,Am,Dm] [Cm] [Cm] [Es] [Am]

Abbildung 18: Beispielanalyse des Tristanakkordes nach erweiterter Theorie 1  
(Quelle: Selbst erstellt)

X bezeichnet den alten harmonischen Zustand vor einem neuen Akkord.

Y bezeichnet den neuen harmonischen Zustand nach einem Akkord.

N bezeichnet alle für einen Akkord mögliche Tonarten, in denen sich dieser Akkord befinden kann.

Vor dem ersten Ton sind alle 24 Tonarten möglich.

Der erste Ton, das A, kann in 14 verschiedenen Tonarten (zusammen N) vorkommen (1. Im Algorithmus). Diese bilden den neuen harmonischen Zustand Y, in dem man sich befindet (da 2.: Alle 14 Tonarten haben eine maximale Übereinstimmung mit einer davor möglichen Tonart). Es ist also kaum klar, wo man sich harmonisch befindet.

Der zweite Ton, das F, kann wieder zu 14 Tonarten (zusammen N) gehören (1. im Algorithmus). Wenn man diese 14 Tonarten mit den davor möglichen 14 Tonarten vergleicht, gibt es bei 7 Tonleitern aus N eine maximale Übereinstimmung (2.). Diese 7 Tonarten [F,B,C,Fism,Am,Bm,Dm] bilden den neuen harmonischen Zustand Y, in dem man sich befindet. Dieser ist immer noch sehr uneindeutig.

Das E schränkt die Anzahl der Möglichkeiten auf die gleiche Weise weiter ein: 4 der 14 Tonarten, die das E beinhalten (1.), sind in den davor möglichen Tonarten enthalten, haben also eine maximale Übereinstimmung (2.), diese Tonarten [F,C,Am,Dm] bilden den neuen harmonischen Zustand. Immer noch ein unklarer Zustand, in dem man sich als Hörer befindet.

Der nächste Akkord ist der, der wahrscheinlich zu mehr Diskussion in der Musikgeschichte geführt hat als je ein anderer. Die Töne in Pitch Class Set Notation (s. o.) sind [3,5,8,11]. Diese Harmonie ist in folgenden Tonarten enthalten:  $N = [Cm, Esm, Fis]$  (1.).  $X$  ist der vorherige harmonische Zustand [F,C,Am,Dm].

Zur Bestimmung der Anzahl gemeinsamer Töne nach 2. bietet sich eine Tabelle an:

	Cm	Esm	Fis
F	3	4	5
C	2	4	5
Am	2	3	4
Dm	4	4	4

Anzahl unterschiedlicher Töne zwischen  $X$  und  $N$

Man sieht, dass nur die Tonart Cm mit einer davor möglichen Tonart die meisten gemeinsamen Töne hat. Diese Tonart bildet den neuen harmonischen Zustand  $Y$ . Und wirklich klingt Cm als eine mögliche Auflösung dieses Klanges, wenn dabei die Stimmführungsregeln beachtet werden (siehe unten). Man befand sich also vor dem Akkord in einem Zustand ohne eindeutige Tonika, einer Indifferenz, und moduliert dann, wobei diese Modulation immer noch von zwei verschiedenen Tonarten, C oder Am, heraus geschehen kann. Diese Modulation aus einer Indifferenz heraus, die Unbestimmtheit, von welcher Tonart aus moduliert wird, und die Tatsache, dass dieser Akkord in der Tonart Cm aus Tönen von Tonika, Subdominante und Dominante besteht, was der dissonanteste Typ von tonalen Akkorden ist (siehe Kapitel 2.2.4), könnte die eigenartige Wirkung dieses Akkordes erklären.

## Tristan Prelude

♩ = 120

Analysis

(14 Tonarten, die A beinhalten) [F,B,C,Fism,Am,Bm,Dm] [F,C,Am,Dm] [Cm] [Cm]

Abbildung 19: Beispielanalyse des Tristanakkordes nach erweiterter Theorie 2

Mögliche Auflösung in die Tonika Cm nach dem Tristanakkord. Gis und Es müssen dabei enharmonisch verwechselt als As und Es aufgefasst werden, sonst wäre die Stimmführung sehr ungewöhnlich. (Quelle: Selbst erstellt)

Der nächste Klang mit den Tönen A, Dis, H und F ist ein atonaler Klang: Es gibt keine Tonart, die alle 4 Töne enthält. Wir suchen also im 1. Schritt des Algorithmus weiter nach allen Tonarten, die mit möglichst vielen, also 3 Tönen dieses Klanges übereinstimmen:

Töne:	Mögliche Tonarten:
A H Dis	E Em
A H F	C Fism Am
Dis F A	B Bm
Dis F H	Fis Cm Esm

Mögliche Tonarten des atonalen Akkordes <A H Dis F>

$N$  besteht also aus diesen 10 Tonarten.  $X$  beinhaltet nur die Tonart Cm. Man sieht für 2. schnell, dass die Tonart Cm aus den 10 möglichen Tonarten in  $N$  die meisten gemeinsamen Töne mit Cm aus  $X$  hat. Unser neuer harmonischer Zustand  $Y$  ist also wieder [Cm].

Der nächste Klang <D E Gis Ais> ist genau das gleiche Pitch Class Set wie der Klang davor, nur transponiert. Es handelt sich also wieder um einen atonalen Klang mit 10 Tonarten:

<b>Töne:</b>	<b>Mögliche Tonarten:</b>
D E Gis	A Am
D E Ais	F Hm Dm
Gis Ais D	Es Esm
Gis Ais E	H Fm Gism

Mögliche Tonarten des atonalen Akkordes <D E Gis Ais>

Für 2. können wir wieder eine Tabelle erstellen (X ist [Cm]):

	A	Am	F	Hm	Dm	Es	Esm	H	Fm	Gism
Cm	4	2	3	4	4	1	2	4	3	3

Anzahl unterschiedlicher Töne zwischen X und N

Die Tonart Es aus N ist die Tonart mit der höchsten Übereinstimmung mit einer Tonart aus X. Der neue harmonische Zustand Y ist also [Es]. Auch hier klingt die Auflösung nach Es nicht falsch, sondern hat den typischen Tonikacharakter.

Vielleicht im ersten Moment ungewohnt, weil man durch mehrmaliges Hören der ganzen Phrase das H schon „voraus hört“, aber wenn man sich darauf einlässt, ist diese Klangverbindung sehr passend<sup>5</sup>:

---

<sup>5</sup> Natürlich geht der geheimnisvolle Charakter dieser Phrase, der gerade durch die Modulationen und dissonante/atonale Akkorde entsteht, durch solche Auflösungen in die Tonika verloren. Diese Überprüfungen, ob die Schlussfolgerungen der Theorie mit dem übereinstimmen, wie wir harmonische Vorgänge wahrnehmen, indem z.B. wie hier die Auflösung in die von der Theorie postulierten Tonika getestet wird, sind nicht unbedingt gute musikalische Ideen.

## Tristan Prelude

♩ = 120

Analysis

(14 Tonarten, die A beinhalten) [F, B, C, Fism, Am, Bm, Dm] [F, C, Am, Dm] [Cm] [Cm] [Es] [Es]

Abbildung 20: Beispielanalyse des Tristanakkordes nach erweiterter Theorie 3  
Mögliche Auflösung in die Tonika Es (Quelle: Selbst erstellt)

Der letzte Akkord in der Phrase führt wieder zu einer Modulation. Die Töne <E Gis H D> (Dominantseptakkord) sind nur in den Tonarten A und Am enthalten (1.).

X ist [Es], N [A, Am]:

	A	Am
Es	5	3

Anzahl unterschiedlicher Töne zwischen X und N

Es findet also eine Modulation nach Am statt. Die Auflösung nach A-Moll zerstört zwar die gesamte musikalische Wirkung der Phrase, klingt aber rein harmonisch richtig.

### 2.3.3. Erweiterung der Sauterschen Formeln und Dissonanzgrade

Aus den Erweiterungen der Theorie folgt auch eine Erweiterung der beiden schon oben beschriebenen Konzepte der Sauterschen Formeln und der Dissonanzgrade, die jetzt nun auch atonale Akkorde beschreiben.

Wenn ein atonaler Akkord in einem harmonischen Zustand mit nur einer Tonart vorkommt, kann klar zwischen den tonleiter eigenen und tonleiter fremden Tönen unterschieden werden. Die tonleiter fremden Töne nennen wir *atonale Töne*. Wir schreiben die Pitch Classes dieser Töne nach einem „A“ durch Kommata getrennt hinter die Sautersche Formel: „D13S1A9“

Auch die Dissonanzgrade werden um atonale Akkorde erweitert. Atonale Akkorde haben eine Wirkung, die geeignet ist, besonders negative Emotionen mit sehr hoher Spannung zu erzeugen. Verzweiflung, Grausamkeit etc. können damit gut ausgedrückt werden. Diese Spannung ist so hoch, dass sie nach meiner Empfindung auch die von Akkorden mit einem hohen Dissonanzgrad übertrifft. Auf der Skala der Dissonanzgrade werden die atonalen Akkorde also noch hinter diesen eingefügt.

Es gibt aber auch bei den atonalen Akkorden Unterschiede darin, wie viele atonale Akkordtöne es gibt. Wenn man einen Ton des Akkordes entfernen kann, um einen tonalen Akkord zu erzeugen, nennen wir den Akkord *atonalen Akkord erster Stufe*. Wenn dafür mindestens zwei entfernt werden müssen, *zweiter Stufe* usw. Je höher der Grad an Atonalität, desto „dissonanter“ klingt er. Es gibt genau einen atonalen Akkord fünfter Stufe, der aus allen 12 Tönen der chromatischen Tonleiter gleichzeitig besteht. Dieser klingt entsprechend furchtbar, was diese Einteilung zu bestätigen scheint.<sup>6</sup>

Unsere obige Einteilung erweitern wir also wie folgt:

- Konsonanz (T, S oder D)
- Scheinkonsonanz (Dissonanz, die in einer anderen Tonart eine Konsonanz sein könnte)
- Milde Dissonanz (TS oder TD)
- Mittlere Dissonanz (SD)
- Hohe Dissonanz (TSD)
- Atonaler Akkord erster Stufe
- Atonaler Akkord zweiter Stufe
- Atonaler Akkord dritter Stufe
- Atonaler Akkord vierter Stufe

---

<sup>6</sup> In "klassischer" tonaler Musik gibt es relativ viele Beispiele für atonale Akkorde erster Stufe, atonale Akkorde zweiter Stufe sind mir bisher noch nicht aufgefallen. Aber wahrscheinlich niemals würde ein atonaler Akkord vierter oder fünfter Stufe ernsthaft in tonaler Musik komponiert werden und wenn, dann als Effekt, nicht als Harmonie.

- Atonaler Akkord fünfter Stufe

Die obige Analyse mit Sauterschen Formeln und Dissonanzgraden:

Tristan Prelude

♩ = 120

Analysis

[C,Cism,D,Dm,E,Em,F,Fism,G,Gm,A,Am,Bb,Bbm] [C,Dm,F,Fism,Am,Bb,Bbm] [C,Dm,F,Am] [Cm] [Es] [Am]  
ind. ind. ind. T3D3S13 T3D3S1A9 D13S1A4 D13S1  
con con con high A1 A1 med

Abbildung 21: Sautersche Formeln und Dissonanzgrade des Tristanakkordes nach erweiterter Theorie  
(Quelle: Selbst erstellt)

## 2.4. Einschätzung der Theorie

Diese Erweiterungen oder Anpassungen der Theorie Franz Sauters haben das Ziel, die tatsächliche musikalisch-harmonische Wahrnehmung eines Menschen beim Hören von Musik möglichst genau wiederzugeben.

Ich behaupte nicht, dass die oben beschriebenen Regeln endgültig genau die sind, nach denen wir die Harmonien in Musik wahrnehmen. Sie stellen einen Versuch dar, diese Regeln zu beschreiben und zu zeigen, dass in den Harmonien tonaler Musik tatsächlich Muster stecken, die wir Menschen als regelerkennende Wesen intuitiv lernen können. Auch führen diese Regeln ziemlich genau zu der Art von Musik, die entstanden ist, als Komponisten das Ohr entscheiden haben lassen, was harmonisch gut klinge.

Nichtsdestotrotz ist eine Überprüfung und gegebenenfalls Überarbeitung, Vertiefung oder auch Korrektur der einzelnen Argumentationsschritte sehr wünschenswert. Es kann z.B. sein, dass an einigen Stellen nur eine Korrelation beschrieben wurde, nicht aber das, was tatsächlich vom menschlichen Gehirn wahrgenommen wird.

Besonders bei dem Schritt von einzelnen Dur-Molldreiklängen zu Tonika, Subdominante und Dominante (Tonalität) sehe ich noch viel Potenzial zur Verbesserung und Vertiefung.

### 2.4.1. Erklärung der Funktion des Dominantseptakkordes

Doch sind viele Beobachtungen über unsere harmonische Wahrnehmung, die schon lange bekannt sind, mit dieser Theorie gut erklärbar. Dies soll an der besonderen Bedeutung des Dominantseptakkordes, der besonders gerne zur Modulation verwendet wird, exemplarisch gezeigt werden.

Es lässt sich bei Anwendung der Regeln dieser Theorie feststellen, dass es einige Akkorde gibt, die direkt auf eine einzige Tonart schließen lassen (<FGAH> kommt nur in C-Dur vor), was auch von anderen Musikwissenschaftlern behauptet wird:

„Zur Darstellung einer Tonart kann das Vorliegen eines einzigen funktionscharakteristischen Moments ausreichen, etwa eines Dominantseptakkords.“  
(Möllers 1976, S. 270)

Wenn man versucht zu erklären, warum denn der Dominantseptakkord zur Darstellung einer Tonart ausreicht, bietet die Theorie von Franz Sauter eine Erklärung: Man sieht, dass der Akkord, der in der Funktionstheorie als Dominantseptakkord bezeichnet ist (In der Auflistung im Anhang der Akkord: „k3 | k3 | g2“), nur zu zwei Tonarten gehören kann. Diese sind, wenn man den Akkord als Dominante auffasst, die Dur- oder Moll-Tonika zu diesem Akkord: <G H D F> kann nur zu C-Dur oder C-Moll gehören. Das erklärt, warum der Dominantseptakkord gerne zur Modulation verwendet wird (vgl. Kühn 2013, S. 113-114) oder, anders betrachtet, warum man zu einem Dur-Akkord die Septime als „charakteristische Dissonanz“ hinzufügen könne, wodurch dieser Akkord eindeutig als Dominante festgelegt werde. (vgl. Köhn 2009) - <G H D> allein hätte nicht diesen tonikagrundtonfestlegenden Charakter, da ein Durakkord in vielen Tonarten vorkommen kann.

Diese modulierende Wirkung durch Hinzufügen der Septime ist in der Musikwissenschaft bekannt, wird jedoch nicht wirklich erklärt:

„Durch Hinzufügen eines charakteristischen dissonanten Tones kann die Funktion eines Dreiklangs auch ohne Kadenzzusammenhang eindeutig bestimmbar werden. Dieser Ton heißt deshalb "Charakteristische Dissonanz [...] Die wichtigste charakteristische Dissonanz ist die zu einem Dur-Dreiklang hinzugefügte kleine Sept. Sie hat melodisch eine starke halbtönige Abwärtstendenz, was zusammen mit der

Aufwärtstendenz der Terz eine deutliche Dominantspannung ergibt: Der Dreiklang bekommt durch die Sept Dominant-Funktion." (Köhn 2009)

Hier wird die Auflösung eines Dur-Akkordes mit kleiner Septime melodisch begründet, nämlich seien zwei Halbtonschritte zum nachfolgenden Akkord schon voraushörbar. Dieser nachfolgende Akkord sei auch die Tonika. Dass aber ein Dominantseptakkord genauso gut in die Molltonika aufgelöst werden kann, wodurch ein Halbtonschritt wegfällt und die melodische Argumentation hinfällig wird, wird nicht beachtet. Außerdem könnten sich dann genauso gut auch andere Töne halbtönig auflösen, z.B. C und B jeweils nach H in der Akkordfolge C7 nach G-Dur. Dann wäre C7 aber keine Dominante.

Meine Vermutung ist eher, dass eine neue Tonika nach den beschriebenen Regeln von Menschen wahrgenommen wird. Diese Wahrnehmung wird dann versucht zu erklären, und weil zufällig zwei Halbtonschritte zwischen Dominantseptakkord und Tonikaakkord vorkommen, wird dieser Umstand, der nur eine Korrelation ist, als kausale Ursache betrachtet.

Über die logische Tautologie in obigem Erklärungsversuch schreibt auch Franz Sauter, wenn er über Definitionen von Leitönen schreibt:

„Merkwürdig an dieser ‚in Form der Halbtöne‘ zusammengepressten Energie ist vor allem dieses: Ohne den ‚Zielton‘, zu dem die ‚weiterleitende Energie‘ hindrängt, gibt es gar keinen Halbton, der ja ein Intervall zwischen zwei Tönen ist, auch wenn dies in der Aussage, dass ‚solche Töne ... immer Halbtöne‘ sind, ein bisschen vergessen wird. Dem Intervall zwischen zwei aufeinander folgenden Tönen wird die Kraft zugeschrieben, seine eigene Realisierung zu bewirken. Das Auftreten eines Tons soll begründet sein in dem Verhältnis, das er zum vorhergehenden Ton einnimmt, worin aber sein Auftreten schon logisch unterstellt ist. Jede Definition des Leitons ist eine Tautologie dieses Kalibers.“ (Sauter 2001, S. 100)

## 3. Software

### 3.1. Überblick über das Analysetool

Im musikalischen Teil wurden drei harmonische Aspekte vorgestellt, nach denen Musik analysiert werden kann:

1. Der Harmonische Zustand eines musikalischen Events im Laufe eines Musikstücks,
2. Die Sautersche Formel eines Events und
3. Der Dissonanzgrad eines Events.

Als Schwerpunkt dieser Arbeit wurde ein Softwaretool entwickelt, das eine automatische Analyse dieser Aspekte ermöglicht. Dieses Tool ist nun in Form einer Website unter der URL

[www.notenentwickler.com](http://www.notenentwickler.com)

verfügbar.

Der entwickelte Code ist unter den folgenden zwei Github-Repositories verfügbar:

Website (Astro-Projekt): <https://github.com/lokr314/music-harmony-analysis-website>

Python-Library: <https://github.com/lokr314/music-harmony-analysis>

Das Tool bietet folgende Funktionalitäten:

- Musik kann, in abc music notation codiert, in ein Textfeld auf der Seite eingegeben werden und mithilfe des abcjs-Parsers angezeigt werden (render-Button). Einige Beispiele für abc-music können durch Buttons geladen werden.
- Die gerenderte Musik kann als Audio wiedergegeben werden (durch die Verwendung von abcjs-Funktionen)
- Mit dem Analyze-Button werden die resultierenden Harmonien und die Harmonischen Zustände, die Sauterschen Formeln und die Dissonanzgrade jeder Harmonie berechnet und unter den normalen Notenzeilen der Musik

angezeigt. Es wird zusätzlich eine Information angezeigt, ob Versetzungszeichen für einen ganzen Takt gelten oder nur für eine Note.

- Die einzelnen Analysen und auch die gesamte Analysezeile mit den resultierenden Harmonien können per Button aus- oder angeschaltet werden.

## 3.2. Vorstellung der entwickelten Software

### 3.2.1.pyodide

Das Softwaretool sollte als Website verfügbar sein, während der Code für die Analysen in einer python-Library verfügbar sein soll.

Eine Website wurde gewählt, da diese eine sehr einfache, ohne Umstände nutzbare Lösung bietet, die auch ohne besondere musiktheoretischen oder programmiererischen Kenntnisse verwendet werden kann. Doch die Analysefunktionen sollten in einer python-Bibliothek implementiert sein, da z.B. Analyseframeworks wie music21 auch in dieser Programmiersprache geschrieben sind und so zum einen die einfache Möglichkeit der Einbindung in solche Frameworks ermöglicht ist, zum anderen unter Musikwissenschaftlern, die diese Frameworks verwenden, python schon bekannt ist.

Dies erfordert allerdings, dass der python-Code der Analysefunktionen für den Browser, der normalerweise mit Javascript arbeitet, verfügbar gemacht werden muss.

Dieses technische Problem wurde durch die Verwendung von pyodide<sup>7</sup> gelöst. pyodide basiert auf der WebAssembly-<sup>8</sup>Technologie und ermöglicht es, python-Code im Browser zu verwenden. Es ist möglich, Javascript-Objekte im python-Code zu verwenden und umgekehrt. Außerdem können alle python packages, die im Software-Verzeichnis PyPI<sup>9</sup> (Python Package Index) verfügbar sind, in pyodide importiert werden.

Damit kann der Code der geschriebenen python-Library, die auf PyPI veröffentlicht wurde (<https://pypi.org/project/music-harmony-analysis/>), innerhalb eines script-Tags

---

<sup>7</sup> <https://pyodide.org/en/stable/>

<sup>8</sup> <https://webassembly.org/>

<sup>9</sup> <https://pypi.org/>

eines HTML-Dokuments mittels pyodide importiert und verwendet werden, es können dabei auch Javascript-Objekte als Eingabeparameter an importierte Funktionen übergeben werden.

Diese Funktionalität ist ausreichend, um die geschriebenen python-Funktionen effizient auf einer Website benutzen zu können.

### 3.2.2. abc music notation und abcjs

abc music notation ermöglicht es, Musik in Textformat zu codieren und bietet so eine gute und einfache Option, Musik als Eingabe für ein Programm zu verwenden. Die Spezifikation des Formats ermöglicht sowohl die Eingabe von einfachen Melodien als auch von komplexeren mehrstimmigen Werken. Eine gute Übersicht ist unter folgendem Link zu finden:

<https://editor.drawthedots.com/>

So wurden z.B. alle Notenbilder in den obigen Beispielen als abc-Strings geschrieben und mit dem abcjs-Parser in ein graphisches Notenbild umgewandelt.

Das abc music notation Format hat eine relativ leicht zu erlernende, intuitive Syntax, was für das vorliegende Projekt vom großen Vorteil ist, da die Verwendung des Tools auf der Eingabe von Musik in Repräsentation eines abc-Strings beruht. Es wäre ein Hindernis in der Benutzerfreundlichkeit, wenn diese Codierung umständlich zu erlernen wäre.

abcjs<sup>10</sup> ist ein javascript-Projekt, entwickelt von Paul Rosen und Gregory Dyke, das es ermöglicht einen String in abc<sup>11</sup>-Notation in ein entsprechendes Notenbild umzuwandeln.

abcjs kann leicht im head-Tag einer Website eingebunden werden und dann mit der Funktion ABCJS.renderABC() in einem script-Tag der Website aufgerufen werden.

Eingabeparameter sind die id eines div-Tags, in welches das erzeugte Bild gerendert wird, außerdem der abc-String, als dritter Parameter können verschiedene

---

<sup>10</sup> <https://www.abcjs.net/>

<sup>11</sup> <https://abcnotation.com/wiki/abc:standard:v2.1>

Einstellungen definiert werden. Rückgabewert ist ein Array von Objekten, wobei jedes Objekt einem musikalischen Werk entspricht, da man in abc theoretisch in einem String mehrere Werke definieren kann (nicht vom Tool unterstützt). Jedes Objekt enthält graphische und musikalische Informationen über ein jeweiliges Werk.

Insbesondere ist die gesamte musikalische Information eines Werkes im lines-Attribut jedes Objekts enthalten: z.B. die Tonhöhen, Dauern, Vor- und Versetzungszeichen, Taktart, Taktstriche und weiteres.

Die Struktur eines lines-Arrays ist folgende:

Jede line im Array beschreibt die graphische Zeile aller verschiedenen Instrumente im ausgegebenen Notenbild.

Jedes line-Objekt hat ein Attribut namens „staff“, welches eine Liste aller Notenzeilen in einer line ist, z.B. eine Liste der Notenzeilen von verschiedenen Instrumenten. Diese Zeilen beschreiben gleichzeitig erklingende Musik.

Jede Notenzeile (jedes staff-Objekt) hat eine Liste von voices („voices“-Attribut), von Stimmen in dieser Zeile. Zum Beispiel ist es in Chornotation üblich, die Alt- und Sopranstimme in einer oberen Notenzeile, die Tenor- und Bassstimme in einer unteren Notenzeile darzustellen, dies wären dann jeweils einzelne voices. Außerdem hat jede Zeile die Tonart und deren Vorzeichen („key“-Attribut), den Notenschlüssel („clef“-Attribut) und die Taktart („meter“-Attribut) angegeben.

Eine einzelne voice nun ist wiederum eine Liste von musikalischen Informationen: Jedes Objekt in dieser Liste hat ein „el\_type“-Attribut, hier sind für die entwickelte Software die Objekte vom el\_type „note“ oder „bar“, also Pausen, Noten, Akkorde und Taktstriche wichtig. Die Liste ist nach der Reihenfolge der zeitlichen Abfolge der Objekte geordnet.

Jedes Notenevent hat ein „duration“-Attribut, das die Dauer eines musikalischen Ereignisses als Float angibt. Eine ganze Note hat den Wert 1, eine halbe 0.5 etc. Ein Pausenevent hat ein Attribut „rest“, während ein Notenattribut ein „pitches“-Attribut hat.

Ein pitches-Attribut ist eine Liste von einzelnen Tönen. Jeder Ton hat ein „pitch“-Attribut, was aus einem Integer besteht. Dies beschreibt die Tonhöhe des Notenkopfes: das mittlere C hat den Wert 0, das D den Wert 1, das H unter dem C den Wert -1 usw. Es handelt sich also nicht um die gleichen Werte wie bei der Pitch

Class Repräsentation, sondern beschreibt eher das grafische Bild. Ein Ton kann auch ein „accidental“-Attribut haben, wenn ein grafisches Vorzeichen vor dem Ton vorkommt. Dies geschieht nur dann, wenn dies im abc-String direkt angegeben wird. Auch wird hier nicht angegeben, ob ein Vorzeichen der Tonart für diese Note gilt.

### 3.2.3. Architektur

Die Grundidee hinter der gesamten Architektur ist im folgenden Diagramm dargestellt:

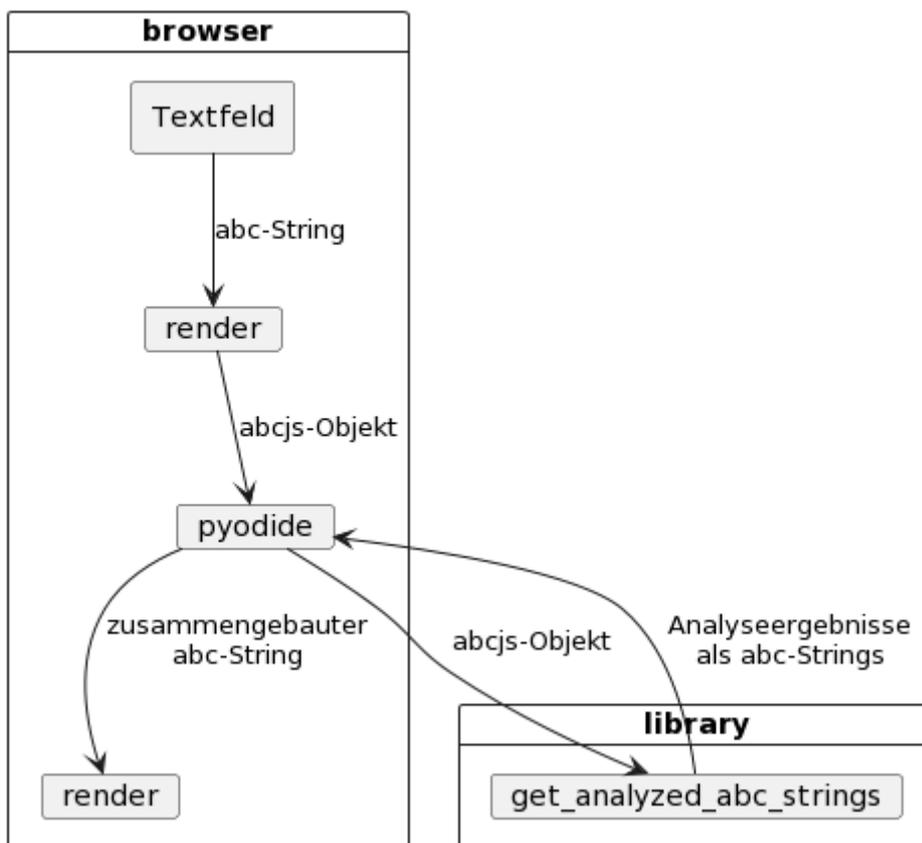


Abbildung 22: Grundlegende Architektur des Analysetools  
(Quelle: Selbst erstellt)

Der Benutzer kann einen abc-String in ein Textfeld eingeben. Mithilfe der renderABC-Methode von abcjs wird dieser String geparkt und das oben beschriebene Objekt zurückgegeben. Dieses Objekt wird mit Hilfe von pyodide an die Analysefunktionen in der entwickelten python-Software gegeben (die am Ende natürlich auch im Browser

ausgeführt wird, im Diagramm aber außerhalb dargestellt wurde, um die Trennung zwischen Code der library und Code der Website deutlich zu machen).

Die musikalische Information in dem lines-Objekt dieses abcjs-Objektes wird dann von der library verwendet, um interne Datenstrukturen zu bilden, die die musikalische Information so speichern, dass sie für Analysefunktionen gebraucht werden können. Diese Analysefunktionen analysieren die übergebene musikalische Information auf die harmonischen Zustände, Sauterschen Formeln und Dissonanzgrade und geben eine interne Repräsentation der Ergebnisse weiter. Diese internen Repräsentationen werden in abc-Strings umgewandelt und zurückgegeben. Die einzelnen abcstrings werden zusammengesetzt und an den Eingabe-abc-String angehängt. Dieser zusammengesetzte abc-String wird wieder mit abcjs gerendert, sodass die Ergebnisse der Analysen auf der Website graphisch sichtbar gemacht werden.

All diese Funktionalität wird in einer Interface-Methode „get\_analyzed\_abc\_strings“ zusammengefasst, sodass die Verwendung im Websitecode möglichst einfach gehalten ist.

Die Abläufe in dieser Interface-Methode selbst, graphisch dargestellt:

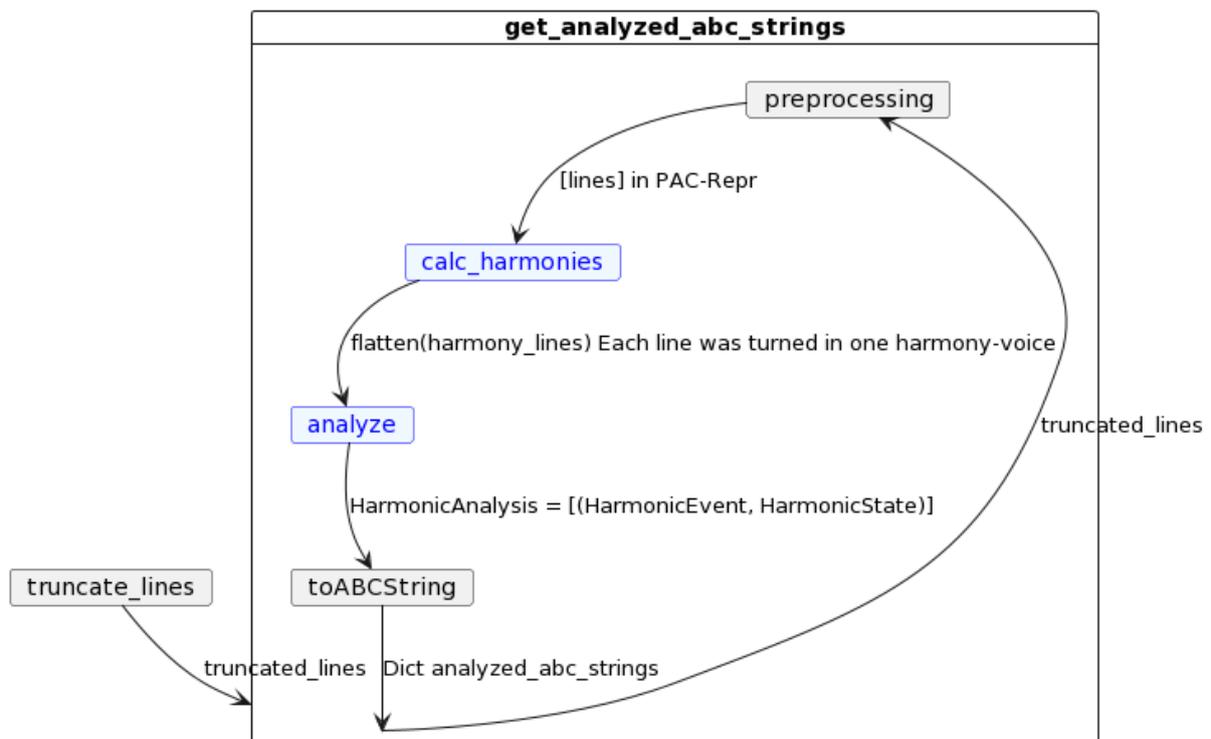


Abbildung 23: Darstellung der Abläufe in der Interface-Funktion der entwickelten python-Bibliothek (Quelle: Selbst erstellt)

## 3.2.4. Beschreibung der einzelnen Funktionen

### 3.2.4.1. truncate\_lines

An die `get_analyzed_abc_strings`-Interface-Methode wird ein „truncated\_lines“-Objekt übergeben. Dies ist das von `abcjs` zurückgegebene Objekt, nur wurde davon das erste Werk und von diesem nur das `lines`-Attribut ausgewählt, da hierin alle benötigte musikalische Information enthalten ist. Von dem `lines`-Objekt werden mehrere für unsere Verwendungsabsicht unwichtige Felder entfernt. Dies geschieht vor der Verwendung der `library` durch die `javascript-truncate_lines`-Methode im `script`-Tag der entwickelten Website. Das `truncate_lines`-Objekt hat immer noch die oben beschriebene Struktur des `lines`-Objektes.

### 3.2.4.2. Preprocessing

Die Funktionalitäten:

1. Umwandlung des `truncated_lines` Objektes mit einer Liste von `lines` mit jeweils Listen von `staves` (Notenzeilen) mit jeweils einer Liste von `voices` in eine Liste von `lines` mit je einer Liste von `voices`.
2. Änderung der Repräsentation der einzelnen Noten (`itches`) und der Dauer (`duration`) eines Events zu Events `pac`-Repräsentation (“pitch with accidental”).

Dabei wird die `duration` als `Fraction`-Objekt angegeben. Ein einzelner Ton (`pitch`) ist ein Objekt aus den Feldern “pitch” und “acc”. “pitch” ist ein Integer im Bereich 0 bis 6 und steht für die Töne (c,d,e,f,g,a,h). “acc” ist ein String, welcher ein eventuelles Vorzeichen bei dieser Note angibt: Entweder 'none', 'sharp', 'flat', 'natural', 'dblsharp' oder 'dblflat'.

Siehe hierfür auch die Dokumentation der Repräsentation in `representation.py` im Code der `library`.

Pausen werden als `pac`-Events mit einer leeren `itches`-Liste, aber einer `duration` codiert.

Diese Repräsentation hat gegenüber der `pitch-class-set`-Repräsentation, bei der ein `Pitch` nur aus einer Zahl von 0 bis 11 besteht, den Vorteil, dass

zwischen enharmonisch gleichen Tönen unterschieden wird. Dies ist zwar für die eigentliche Analyse unwichtig, aber da die eingegebenen Noten später in der Analysezeile nochmal angezeigt werden sollen, und z.B. ein dis ein dis bleiben und nicht als es angezeigt werden soll, ist es nötig, diese Information zu speichern.

3. Bestimmung des Modus der Versetzungszeichenbehandlung und Zuweisung von Vor- ggf. Versetzungszeichen an jedes einzelne Event.

Zu 3.:

Es sind zwei unterschiedliche Möglichkeiten der Verwendungsart des Tools denkbar.

Zum einen könnte man einzelne Harmonien nacheinander angeben, um zu erforschen, welche Harmonieketten zu welchen Modulationen führen. Man arbeitet nicht mit tatsächlicher Musik, sondern direkt mit Harmonien und analysiert diese. Hierbei wären Tondauern und Taktstriche egal, Taktstriche müssen in abc auch nicht angegeben werden.

Die andere Art der Verwendung wäre es, „echte“ komponierte und geschriebene Musik auf die darin enthaltenen harmonischen Abläufe zu analysieren. Hierbei würde man versuchen, das Notenbild 1 zu 1 in abc abzubilden (mit z.B. Taktstrichen) und würde erwarten, dass das Tool die Tonhöhen und Harmonien richtig erkennt und diese dann analysiert.

Beide Anwendungsfälle sollen unterstützt werden.

Es gibt nun das Problem, dass abcjs zwar den abc-String parst und auch die musikalische Information strukturiert enthält, trotzdem ist abcjs zur graphischen Repräsentation von Noten, nicht als Musikanalysetool gedacht. Es ist in Noten bekanntlich so, dass Versetzungszeichen, die vor einer Note stehen, einen ganzen Takt lang für alle weiteren Töne gelten, die in derselben Notenzeile auf derselben Tonhöhe liegen (aber nicht, wenn sie um eine Oktave versetzt sind). Diese Information, ob ein Ton, der nicht direkt ein Versetzungszeichen hat, trotzdem von einer Veränderung durch ein Versetzungszeichen davor im Takt betroffen ist, ist nicht direkt im Rückgabewert von abcjs enthalten. Auch die Vorzeichen einer Tonart wird zwar im „key“-Attribut einer Notenzeile angegeben, es ist aber nicht bei den einzelnen Noten ersichtlich, ob diese jetzt versetzt werden oder nicht.

Es ist aber für die harmonische Analyse unbedingt notwendig, die genaue Tonhöhe unter Beachtung von Vor- und Versetzungszeichen, zu wissen.

Die beiden oben beschriebenen Modi werden „single“ und „bar“ genannt.

Beim „single“-Modus können zwar Vorzeichen einer Tonart angegeben werden, die auch für alle Töne gelten (wenn nicht zu einer Note ein Versetzungszeichen angegeben wird), aber Versetzungszeichen gelten nur genau für die Note, bei der sie angegeben werden.

Beim „bar“-Modus gelten Versetzungszeichen auch für alle nachfolgenden Töne mit derselben Tonhöhe im Takt. Takte werden dabei durch die angegebenen Taktstriche definiert, nicht durch die Länge der angegebenen Taktart, da das meines Erachtens eher das war, was man intuitiv erwartet. Dabei gibt es eine Besonderheit:

Doppelstriche können manchmal die Rolle einer Taktbegrenzung annehmen, manchmal aber auch nur zur Struktur von Abschnitten dienen und dafür mitten in einem Takt platziert werden. Deshalb wird einem Doppelstrich geschaut, ob dieser genau nach der Länge eines Taktes nach dem letzten Taktstrich vorkommt. Wenn ja, wird er als Taktstrich behandelt, der einen neuen Takt einleitet, wenn nicht, wird er nicht beachtet.

Durch die Implementierung dieses Verhaltens ist es nun möglich, komponierte und aufgeschriebene Musik so in abc-Notation anzugeben, dass das von abcjs erzeugte Bild genau wie die echten Noten aussieht. Trotzdem werden Vor- und Versetzungszeichen bei der Analyse nach den dabei üblichen Regeln beachtet. Dadurch wird eine möglichst intuitive Benutzung des Tools ermöglicht.

Die Bestimmung, welcher Modus verwendet wird, geschieht durch die `determine_mode`-Methode. Hierbei wird geschaut, ob innerhalb der Länge eines Taktes, wenn diese durch das `meter`-Attribut angegeben ist, ein Taktstrich auftaucht. Wenn ja, ist der Modus „bar“, sonst „single“. Durch dieses Vorgehen werden auch Auftakte unterstützt.

Es kann sein, dass in einer neuen line (einer neuen graphischen Zeile aller Instrumente) eine neue Taktart angegeben ist. Dies ist für die Berechnung, ob Doppelstriche als Taktstrich zählen, wichtig. Dafür wird in jeder line die `get_meter` Methode aufgerufen. `is_compound` ist eigentlich für die Berechnung wichtig, ob Quintolen, Septolen und Nontolen in der Zeit von 2 oder 3 Grundschlägen stattfinden, da abcjs das aber nicht direkt unterstützt, sondern diese normalerweise in

der Länge von 2 Grundschlägen einfügt, wurde entschieden, dass es wichtiger sei, die gleichen Notenlängen wie im abcjs-Bild zu haben, damit die Analysezeile genau an den anderen Noten ausgerichtet ist.

Bei der Unterscheidung zwischen „single“- und „bar“-Mode im Code werden bei single mit der `add_key_accidentals`-Methode nur die Vorzeichen einer Notenzeile jeder voice in dieser Zeile zugeordnet, bei bar werden mit der `accidental_resolution`-Methode die Vor- und Versetzungszeichen allen voices einer Notenzeile nach den oben beschriebenen Regeln zugeordnet. Bei der `accidental_resolution`-Methode werden „poac“-Events verwendet. Diese haben zusätzlich zum „pitches“ und „acc“-Attribut ein „octave\_pitch“-Attribut, das die Oktavlage eines Tones mitberücksichtigt: Ein mittleres c hat zum Beispiel den Wert 0, ein hohes c den Wert 7, anstatt 0. Dies ist nötig, da bei der `accidental_resolution`-Methode Versetzungszeichen nur für einen Ton in einer bestimmten Oktave gelten, nicht aber für denselben Ton in einer anderen Oktavlage. Dieses Attribut wird aber für den Rückgabewert der `processing`-Methode entfernt.

Rückgabewert der Methode ist eine Liste von lines, wobei jede line eine Liste von voices, jede voice eine Liste von pac-Events bildet.

Dieses Objekt wird nun in der `calc_harmonies`-Methode weiterverwendet.

Außerdem wird ein Informationsstring über die Art des Modus zurückgegeben, der auf der Website angezeigt wird, um das Verhalten des Tools zu erklären. Nach dem gleichen Aufbau ist es auch leicht möglich, weitere Informationen im Browser anzuzeigen.

#### 3.2.4.3. `calc_harmonies`

Diese Methode wird in der Interface-Methode für jede line aus dem Ergebnis der `preprocessing`-Methode angewandt.

`calc_harmonies` bekommt eine Liste von voices, jede voice bestehend aus Events: Objekten mit einem „pitches“- und einem „duration“-Feld. Die Methode funktioniert für verschiedene Repräsentationen von pitches, sowohl für die pac-, die pc- und auch für eine eigene Definitionen einer Repräsentation.

Die Methode berechnet alle entstehenden Harmonien, die aus der Überlagerung aller voices entstehen, außerdem wird die Länge jeder so entstehenden Harmonie berechnet. Es entsteht ein voice aus Events in der gleichen Repräsentation wie die Eingabe-Events. Diese voice von Harmonien wird zurückgegeben, sodass in der Interface-Methode eine Liste `pac_harmony_lines` entsteht, die bei jeder line genau eine voice mit den Harmonien dieser line hat. (Da von der preprocess-Methode `pac-Events` zurückgegeben werden, werden auch von `calc_harmonies` `pac-Events` zurückgegeben).

Für die Eingabe in die Analysefunktionen im nächsten Schritt werden die Harmonien aller lines, die ja nur eine graphische, keine musikalische Bedeutung haben, aneinandergesetzt. Die Eingabe für die Analysefunktionen ist also eine voice: Eine kontinuierliche Folge von Harmonien, wobei die Events dieser voice in der `to_analyze_representation`-Methode noch zu `pc-Events` umgewandelt werden. Dies ist nötig, da die harmonische Analyse wie oben beschrieben von enharmonisch gleichen Tönen abstrahiert.

#### 3.2.4.4. [analyze](#)

Die Analyse besteht zurzeit aus drei Funktionen, die nacheinander in der Interface-Methode aufgerufen werden: Der Analyse der harmonischen Zustände, die der Sauterschen Formeln und die der Dissonanzgrade. Die Logik dahinter ist die im musikalischen Teil beschriebene.

Es wurden in `types.py` eigene Typen für verschiedene musikalische Objekte definiert, die hier verwendet werden:

- Ein `PCSet` ist eine Liste von Integern im Bereich 0-11, also normalen Pitchclasses.
- Eine Tonart (`Key`) ist ein Tupel aus einer Pitchclass, dem Grundton einer Tonart, und einem String „dur“ oder „moll“. Diese kann mit der Methode `key_to_pcset` nach Bedarf in ein `PCSet` mit den Pitchclasses der Töne dieser Tonart umgewandelt werden.
- Ein harmonischer Zustand (`HarmonicState`) ist als Liste von `Keys` implementiert.

- Ein Musikstück (Music) ist eine Liste von Events, wobei ein Event hier ein Tupel mit einem PCSet und einer duration ist. duration ist hier auch ein Fraction-Objekt.
- Eine harmonische Analyse (HarmonicAnalysis) besteht aus Tupeln mit einem Event und einem HarmonicState. Die analyze\_harmonic\_state-Funktion hat als Rückgabewert eine HarmonicAnalysis, jedem Event aus dem eingegebenen Music-Objekt wird dafür der HarmonicState zugeordnet, der nach dem Erklängen dieses Events stattfindet.

Das Analysieren der sauterschen Formel benötigt die analysierten harmonischen Zustände. Das Ergebnis von analyze\_harmonic\_states wird direkt an analyze\_sauterian\_formula weitergegeben.

Eine sautersche Formel ist definiert als ein Tupel aus zwei Listen: Dem tonalen Teil und dem atonalen Teil einer sauterschen Formel. Die Liste mit dem tonalen Teil besteht aus neun Booleans, die angeben, ob die Akkordtöne von Tonika, Dominante und Subdominante in dem jeweiligen Event vorkommen, in der Reihenfolge T1, T3, T5, D1, D3, D5, S1, S3, S5. Der atonale Teil ist eine Liste der Töne in Pitchclass-Repräsentation, die nicht zur Tonart des aktuellen harmonischen Zustandes gehören. Das Ergebnis wird jeweils an das Tupel eines Events hinzugefügt, sodass nun insgesamt eine Liste von Tupeln mit je einem Event, einem HarmonicState und einer SauterianFormula vorliegt, die der Rückgabewert der Funktion ist.

Diese Liste wird direkt weitergegeben an die analyze\_degree\_of\_dissonance\_or\_atonal-Funktion. Für die Berechnung des Dissonanzgrades eines Events wird die sautersche Formel benötigt. Die Ausgabe ist das wieder das eingegebene Objekt, wobei an jedes Tupel ein String angehängt wurde, der den Dissonanzgrad beschreibt: Die Möglichkeiten sind "con", "fcon", "low", "mid", "high", "A1", "A2", "A3", "A4" oder "A5".

Bei Sauterschen Formeln und Dissonanzgraden wird "ind." Für ein Event zurückgegeben, wenn der harmonische Zustand eine Indifferenz ist, für die die Sautersche Formel oder der Dissonanzgrad nicht definiert ist. Bei Pausen wird "/" zurückgegeben.

Nach den Analysen haben wir also eine Liste aus Tupeln der Form:

[(Event, HarmonicState, SauterianFormula, String)].

#### 3.2.4.5. `analysis_to_abc_strings`

`analysis_to_abc_strings` erstellt nun aus den Analyseergebnissen ein dictionary mit Listen von abc-Strings.

Dieses dictionary hat fünf Felder:

1. Einen "header": Dieser beinhaltet den String "\nL:1\nK:none\n" Für die spätere Ausgabe bedeutet das, dass keine Vorzeichen für die Analysezeile gesetzt sind. L:1 ist für die korrekte Interpretation der in der Analysezeile angegebenen Notendauern erforderlich.
2. "events": Eine Liste von abcstrings, für jede line einen. Dies repräsentiert die Harmonien, die in der eingegebenen Musik entstehen, so wie sie von der `calc_harmonies`-Methode zurückgegeben werden. Tatsächlich wird hier auch das `harmony_lines`-Objekt aus der Rückgabe von `calc_harmonies` benutzt, nicht die Analyseergebnisse. Da hierdrin die Töne als `pac`-Repräsentation gespeichert sind, kann bei enharmonisch verwechselbaren Noten trotzdem die eingegebene Form gewählt werden.
3. "harmonic\_states": Eine Liste von abcstrings, für jede line einen. Hierbei wurde die Liste, die von den Analysemethoden zurückgegeben wurde, wieder in die einzelnen lines gruppiert. Dies geschieht unter Verwendung der Durations, die aus dem `harmony_lines` abgeleitet werden können, und dem Vergleichen mit den durations aus den Events der Analyseergebnisse in der `to_abc_strings_preprocess`-Methode. Die abc-Strings sind in der abc-Notation "lyrics", also Worte, die an den Harmonien aus "events" ausgerichtet sind.
4. "sauterian\_formula": Eine Liste von abcstrings, für jede line einen. Jeder abc-String ist wieder eine lyrics-Zeile, die an den Harmonien in "events" ausgerichtet ist.
5. "degree\_of\_dissonance\_or\_atonal": Eine Liste von abcstrings, für jede line einen. Dies sind analog zu 3. Und 4. weitere Lyricszeilen.

Die library besteht nun also aus den in blau dargestellten Analysefunktionen und der Funktionalität, aus einzelnen voices die entstehenden Harmonien zu berechnen. Diese Funktionen sind auch für die Verwendung in anderen python-Projekten gedacht sind. Die Library enthält aber auch einige Hilfsfunktionen, die sich mit der Umwandlung von internen Repräsentationen von und zu abc und abcjs Objekten beschäftigen.

Die Analysefunktionen, die die im musikalischen Teil vorgestellten Algorithmen implementieren, sind als einzelne Funktionen in der python-Library verfügbar, sodass sie ohne Probleme einzeln verwendet werden können, andere Entwickler sind aber selbst für die Umwandlung musikalischer Information in die Datenstruktur verantwortlich, die diese Funktionen erwarten.

### 3.2.5. Weiterverwendung der Ergebnisse

Die Aufteilung in einzelne lines ermöglicht es, mithilfe einer weiteren Methode, die unter Verwendung von pyodide in python im script-Tag der Website geschrieben ist, einzelne Analyse aus- und anschalten zu können. Diese Methode `analysis_strings_to_string` bekommt das von der Interfacefunktion zurückgegebene dictionary mit den Listen von abcstrings, außerdem vier Wahrheitswerte, jeweils einen für die Analysezeile, die harmonischen Zustände, die Sauterschen Formeln und für die Dissonanzgrade und baut entsprechend einen einzelnen abc-String, bei dem die durch die Wahrheitswerte ausgewählten Analyseschritte angezeigt werden. Im weiteren javascript-code wird dieser Analyse-abc-String mit dem eingegebenen abc-String konkateniert und wieder mit der `renderABC`-Methode von abcjs angezeigt. Zum Abschluss ein Diagramm, das den gesamten Ablauf enthält:

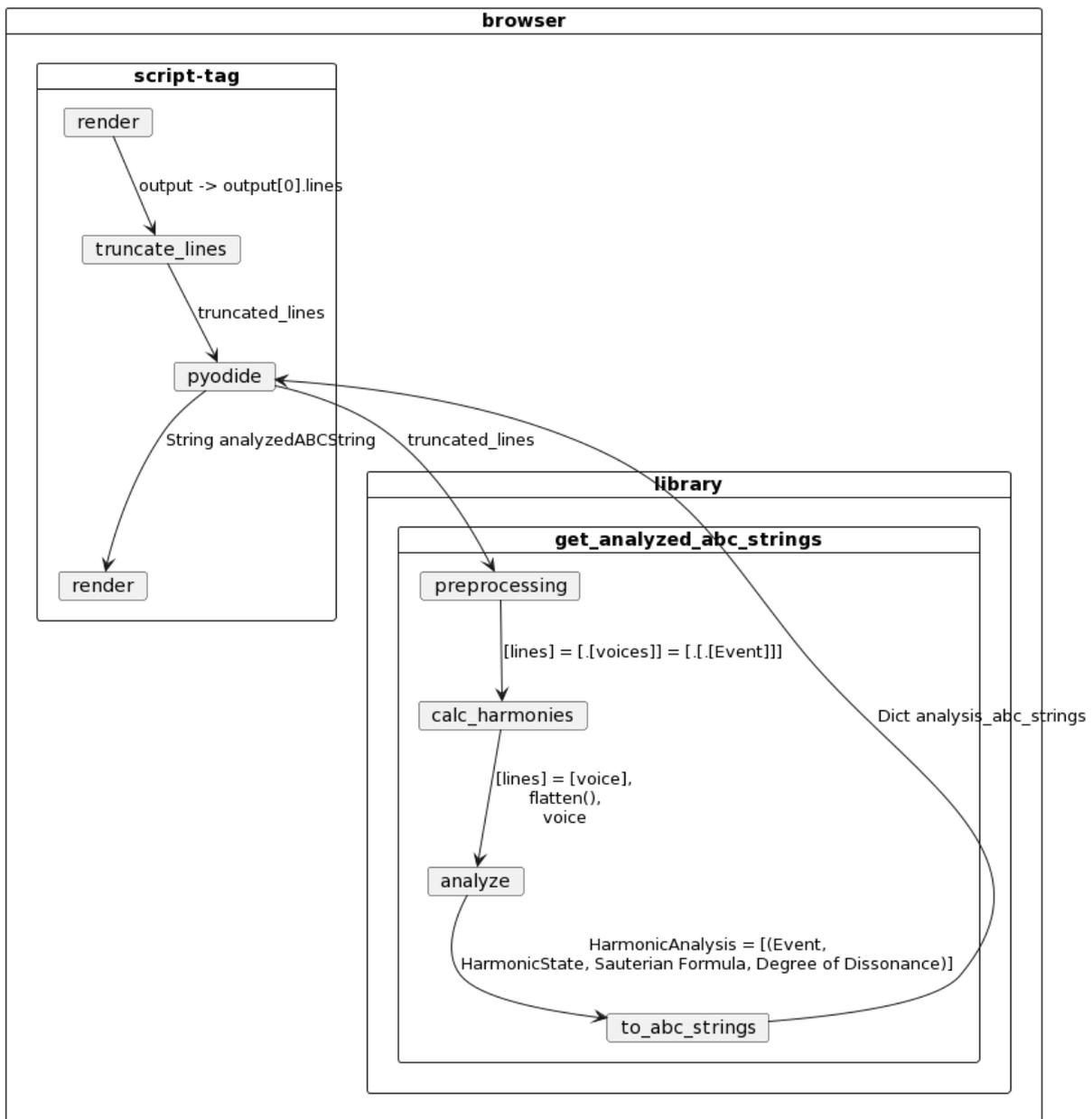


Abbildung 24: Gesamtübersicht über die Architektur und Abläufe des Analysetools  
(Quelle: Selbst erstellt)

### 3.2.6. Hosting und Testen

Die Website ist auf einem Uberspace-Server gehostet<sup>12</sup> und wurde auf aktuellen Versionen von Firefox, Google Chrome und Edge getestet.

Zu dem Code der Library wurden Tests entwickelt, die einen Großteil aller entwickelten Funktionen einzeln testen, die meisten anderen Methoden sind dadurch mitgetestet.

<sup>12</sup> <https://uberspace.de/de/>

## 4. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde die Theorie der Tonalität nach Franz Sauter sowie die beschriebenen Erweiterungen vorgestellt. Es wurde gezeigt, dass die Vorgänge der harmonischen Wahrnehmung modelliert und implementiert werden können.

Durch die Entwicklung einer python-Bibliothek und einer Website, wodurch automatische Analysen nach dieser Theorie ermöglicht werden, wurde eine Grundlage für weiter musiktheoretische Forschung, die diese Theorie verwendet oder näher untersucht, gelegt.

## 5. Weitere mögliche Forschungsfragen

Die Analyse der Harmonischen Zustände zeigt die vorkommenden Modulationen in einem musikalischen Werk durch Angabe der harmonischen Zustände.

Es wäre nun wünschenswert, Modulationstypen zu definieren, die unabhängig von tatsächlichen Tonarten sind. Eine erste einfache Möglichkeit wäre, einen Modulationstyp als alle Modulationen zu definieren, die die Äquivalenzrelation: Durch Transposition aller Tonarten der harmonischen Zustände und tonleiterfremder Töne um ein Intervall sind beide Modulationen gleich, erfüllen. So sollen z.B. eine Modulation von [C] nach [G] über den tonleiterfremden Ton Fis und eine Modulation von [D] nach [A] über den Ton Gis der gleiche Modulationstyp sein.

Das Programm wurde so entwickelt, dass solche weiteren Analysen einfach implementiert werden können und dann als zusätzliche Zeilen im Onlinetool angezeigt werden können.

Des Weiteren ist viel Forschung möglich, die die psychologische Grundlage dieser Theorie genauer untersucht. Sind wir Menschen „mustererkennende“ Wesen, die automatisch Muster und Strukturen in wahrgenommener Information erkennen und lernen? Denn von dieser Grundannahme geht diese Theorie aus, dass der Mensch die Regeln und Strukturen in wahrgenommenen Frequenzen erkennt und diese als ästhetischen Wert empfindet.

Auch sind Fragen in dem Bereich von atonaler Musik möglich. So könnte die vorliegende Theorie z.B. bei der Frage helfen, warum viele Menschen atonaler Musik intuitiv eher abgeneigt sind, obwohl auch dort Regeln und Strukturen zu finden sind.

Könnte es einen großen qualitativen Unterschied darin geben, ob die Regeln, die ein Mensch in Musik als ästhetisch wahrnimmt, intuitiv gelernt worden sind oder ob Regeln rational entwickelt worden sind, wie es bei atonaler Musik der Fall ist? Werden dabei vielleicht Regeln verletzt, die von Natur aus intuitiv gelernt werden und dessen Übertretung als unästhetisch empfunden wird?

Ist es gerade das Vorhandensein eines harmonischen Zustandes, der den Reiz tonaler Musik für viele Hörer ausmacht? Sind bei atonaler Musik die „Berechnungen“ der harmonischen Zustände so aufwändig, dass das Gehirn bei dem Versuch überfordert ist, aufgibt und sich in keinem harmonischen Zustand mehr befindet? Liegt vielleicht gerade darin - Im Fehlen eines harmonischen Zustandes (und damit ist keine Indifferenz gemeint) – das Problem, das viele Menschen mit atonaler Musik haben?

Soli Deo Gloria

## Literaturverzeichnis

Forte, Allen. 1973. *The Structure of Atonal Music*. New Haven, London: Yale University Press. <https://www.degruyter.com/document/doi/10.12987/9780300156720-fm/pdf>, aufgerufen am 09.06.2023.

Geller, Doris. 2002. *Modulationslehre*, 2. Auflage. Wiesbaden: Breitkopf & Härtel.

Helmberger, Andreas. 2014. *Eine Einführung in die Musical set theory*. <https://musikanalyse.net/tutorials/pc-set-theory/>, aufgerufen am 09.06.2023.

*Humdrum Extras: tntype manpage*. 2013. <https://extras.humdrum.org/man/tntype/>, aufgerufen am 09.06.2023.

Köhn, Christian. 2009. "3. *Charakteristische Dissonanzen*". <https://www.matthies-koehn.de/harmonielehre/html/dissonanzen.html#Allgemeines>, aufgerufen am 09.06.2023.

Krämer, Thomas. 1997. *Lehrbuch der harmonischen Analyse*. Wiesbaden: Breitkopf & Härtel.

Kühn, Clemens. 2013. *Modulation Kompakt*. Kassel: Bärenreiter.

Möllers, Christian. 1976. *Vom Unsinn der Modulationstheorie*. *Die Musikforschung* 29: 257-273. Kassel u.a.: Bärenreiter. [https://www.digizeitschriften.de/id/687982782\\_0029%7CLOG\\_0031](https://www.digizeitschriften.de/id/687982782_0029%7CLOG_0031), aufgerufen am 08.06.2023.

Motte, Diether de la. 1976. *Harmonielehre*, 16. Auflage. Kassel u.a.: Bärenreiter.

Rahn, John. 1980. *Basic Atonal Theory*. New York: Schirmer Books. [https://www.academia.edu/39059155/John\\_Rahn\\_Basic\\_Atonal\\_Theory](https://www.academia.edu/39059155/John_Rahn_Basic_Atonal_Theory), aufgerufen am 09.06.2023.

Riemann, Hugo. o.J.. *Vereinfachte Harmonielehre oder die Lehre von den tonalen Funktionen der Akkorde*, 2. Auflage. London: Augener & Co., No.9197. [https://imslp.org/wiki/Vereinfachte\\_Harmonielehre\\_oder\\_die\\_Lehre\\_von\\_den\\_tonalen\\_Funktionen\\_der\\_Akkorde\\_\(Riemann%2C\\_Hugo\)](https://imslp.org/wiki/Vereinfachte_Harmonielehre_oder_die_Lehre_von_den_tonalen_Funktionen_der_Akkorde_(Riemann%2C_Hugo)), aufgerufen am 08.06.2023.

Sauter, Franz. 2001. *Die tonale Musik: Anatomie der musikalischen Ästhetik*, 2. verb. Auflage. Hamburg: F. Sauter.

Sauter, Franz. 2016. *Online-Musiklexikon - Systematischer Index*. <http://www.tonalemusik.de/lexikon/systematisch.htm>, aufgerufen am 08.06.2023.

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: O Haupt voll Blut und Wunden.....	9
Abbildung 2: Foto Hilfsmittel zur Bestimmung der Anzahl unterschiedlicher Töne zweier Tonarten 1 .....	13
Abbildung 3: Foto Hilfsmittel zur Bestimmung der Anzahl unterschiedlicher Töne zweier Tonarten 2 .....	13
Abbildung 4: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 1.....	15
Abbildung 5: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 2.....	15
Abbildung 6: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 3 .....	16
Abbildung 7: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 4.....	16
Abbildung 8: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 5.....	16
Abbildung 9: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 6.....	17
Abbildung 10: Beispielanalyse nach der Theorie Sauters 7.....	17
Abbildung 11: Beispiel eines atonalen Akkordes bei Schubert .....	18
Abbildung 12: Beispielanalyse nach erweiterter Theorie 1 .....	22
Abbildung 13: Beispielanalyse nach erweiterter Theorie 2 .....	22
Abbildung 14: Beispielanalyse nach erweiterter Theorie 3 .....	22
Abbildung 15: Beispielanalyse nach erweiterter Theorie 4 .....	23
Abbildung 16: Beispielanalyse nach erweiterter Theorie 5 .....	24
Abbildung 17: Beispielanalyse nach erweiterter Theorie 6 .....	24
Abbildung 18: Beispielanalyse des Tristanakkordes nach erweiterter Theorie 1 .....	25
Abbildung 19: Beispielanalyse des Tristanakkordes nach erweiterter Theorie 2 .....	27
Abbildung 20: Beispielanalyse des Tristanakkordes nach erweiterter Theorie 3 Mögliche Auflösung in die Tonika Es.....	29
Abbildung 21: Sautersche Formeln und Dissonanzgrade des Tristanakkordes nach erweiterter Theorie .....	31
Abbildung 22: Grundlegende Architektur des Analysetools .....	38

Abbildung 23: Darstellung der Abläufe in der Interface-Funktion der entwickelten python-Bibliothek .....	39
Abbildung 24: Gesamtübersicht über die Architektur und Abläufe des Analysetools	48

## Anhang

### Inhaltsverzeichnis:

Generierung aller tonalen Pitch Class Sets mit jeweils beinhaltenden Tonarten	S. 1
---	------

## Generierung aller tonalen Pitch Class Sets mit jeweils beinhaltenden Tonarten

.....	Dur: [C E $\flat$ F G B $\flat$ ] Moll: [C G A]	OOO..... k2   k2	OO...O..... k2   g3
Anzahl: 24 Start C-Dur: [C $\sharp$ D E $\flat$ E F F $\sharp$ G A $\flat$ A B $\flat$ B C] Start C-Moll: [C $\sharp$ D E $\flat$ E F F $\sharp$ G A $\flat$ A B $\flat$ B C] Für ( ): Dur: [C C $\sharp$ D E $\flat$ E F F $\sharp$ G A $\flat$ A B $\flat$ B] Moll: [C C $\sharp$ D E $\flat$ E F F $\sharp$ G A $\flat$ A B $\flat$ B]	O..O..... k3 Anzahl: 9 Start C-Dur: [D E A B] Start C-Moll: [D F A $\flat$ B C] Für ( D F ): Dur: [E $\flat$ F B $\flat$ C] Moll: [D E $\flat$ F $\sharp$ A C]	OO.O..... k2   g2 Anzahl: 4 Start C-Dur: [E B] Start C-Moll: [D B] Für ( E F G ): Dur: [F C] Moll: [F D]	OO...O..... k2   g3 Anzahl: 4 Start C-Dur: [E B] Start C-Moll: [D G] Für ( E F A ): Dur: [F C] Moll: [A D]
O.....	O...O..... g3 Anzahl: 7 Start C-Dur: [F G C] Start C-Moll: [E $\flat$ G A $\flat$ B] Für ( C E ): Dur: [C F G] Moll: [C $\sharp$ E F A]	O.OO..... g2   k2 Anzahl: 4 Start C-Dur: [D A] Start C-Moll: [F C] Für ( D E F ): Dur: [F C] Moll: [D A]	O.O..O..... g2   k3 Anzahl: 6 Start C-Dur: [D G A C] Start C-Moll: [E $\flat$ C] Für ( C D F ): Dur: [C E $\flat$ F B $\flat$ ] Moll: [C A]
Anzahl: 14 Start C-Dur: [D E F G A B C] Start C-Moll: [D E $\flat$ F G A $\flat$ B C] Für ( C ): Dur: [C D $\flat$ E $\flat$ F G A $\flat$ B $\flat$ ] Moll: [C D $\flat$ E F G A B $\flat$ ]	O....O..... r4 Anzahl: 10 Start C-Dur: [D E G A B C] Start C-Moll: [D E $\flat$ G C] Für ( C F ): Dur: [C D $\flat$ E $\flat$ F A $\flat$ B $\flat$ ] Moll: [C F A B $\flat$ ]	OO..O..... k2   k3 Anzahl: 2 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [G B] Für ( F $\sharp$ G B $\flat$ ): Dur: [] Moll: [G B]	O..O.O..... k3   g2 Anzahl: 6 Start C-Dur: [D E A B] Start C-Moll: [D C] Für ( D F G ): Dur: [E $\flat$ F B $\flat$ C] Moll: [D C]
OO..... k2 Anzahl: 5 Start C-Dur: [E B] Start C-Moll: [D G B] Für ( E F ): Dur: [F C] Moll: [F A D]	O....O..... tr Anzahl: 6 Start C-Dur: [F B] Start C-Moll: [D F A $\flat$ B] Für ( F B ): Dur: [F $\sharp$ C] Moll: [F $\sharp$ A C E $\flat$ ]	O.O.O..... g2   g2 Anzahl: 4 Start C-Dur: [F G C] Start C-Moll: [E $\flat$ ] Für ( C D E ): Dur: [C F G] Moll: [A]	O...OO..... g3   k2 Anzahl: 4 Start C-Dur: [G C] Start C-Moll: [E $\flat$ G] Für ( C E F ): Dur: [C F] Moll: [F A]
O.O..... g2 Anzahl: 8 Start C-Dur: [D F G A C] Start C-Moll: [E $\flat$ F C] Für ( C D ): Dur: [C D] Moll: [C A]	O.O..... k2 Anzahl: 4 Start C-Dur: [E B] Start C-Moll: [D G] Für ( E F A ): Dur: [F C] Moll: [F A]	O..OO..... k3   k2 Anzahl: 2 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [A $\flat$ B] Für ( F $\sharp$ A B $\flat$ ): Dur: [] Moll: [G B $\flat$ ]	OO....O..... k2   r4 Anzahl: 3 Start C-Dur: [B] Start C-Moll: [D B] Für ( B C F ): Dur: [C] Moll: [C A]

## Generierung aller tonalen Pitch Class Sets mit jeweils beinhaltenden Tonarten

O.O...O..... g2   g3 Anzahl: 2 Start C-Dur: [F] Start C-Moll: [F] Für ( F G B ): Dur: [C] Moll: [C]	O..O...O.... k3   g3 Anzahl: 6 Start C-Dur: [D E A] Start C-Moll: [F A $\flat$ C] Für ( D F A ): Dur: [F B $\flat$ C] Moll: [D F $\sharp$ A]	OOO..O..... k2   k2   k3 OO.O.O..... k2   g2   g2 Anzahl: 3 Start C-Dur: [E B] Start C-Moll: [D] Für ( E F G A ): Dur: [F C] Moll: [D]	k2   g2   k3 Anzahl: 3 Start C-Dur: [B] Start C-Moll: [D B] Für ( B C D F ): Dur: [C] Moll: [C A]
O..O..O..... k3   k3 Anzahl: 5 Start C-Dur: [B] Start C-Moll: [D F A $\flat$ B] Für ( B D F ): Dur: [C] Moll: [C E $\flat$ F $\sharp$ A]	O...O..O.... g3   k3 Anzahl: 5 Start C-Dur: [F G C] Start C-Moll: [G A $\flat$ ] Für ( C E G ): Dur: [C F G] Moll: [E F]	O.OO.O..... g2   k2   g2 Anzahl: 3 Start C-Dur: [D A] Start C-Moll: [C] Für ( D E F G ): Dur: [F C] Moll: [D]	O.OO..O..... g2   k2   k3 Anzahl: 1 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [F] Für ( E F $\sharp$ G B $\flat$ ): Dur: [] Moll: [B]
O...O.O..... g3   g2 Anzahl: 3 Start C-Dur: [F] Start C-Moll: [A $\flat$ B] Für ( F A B ): Dur: [C] Moll: [F $\sharp$ A]	O...O...O... g3   g3 Anzahl: 3 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [E $\flat$ G B] Für ( D F $\sharp$ B $\flat$ ): Dur: [] Moll: [E $\flat$ G B]	OO..OO..... k2   k3   k2 Anzahl: 1 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [G] Für ( D E $\flat$ F $\sharp$ G ): Dur: [] Moll: [G]	OO..O.O..... k2   k3   g2 Anzahl: 1 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [B] Für ( F $\sharp$ G B $\flat$ C ): Dur: [] Moll: [G]
O....OO..... r4   k2 Anzahl: 2 Start C-Dur: [B] Start C-Moll: [D] Für ( B E F ): Dur: [C] Moll: [A]	OOOO..... k2   k2   k2 OOO.O..... k2   k2   g2 OO.OO..... k2   g2   k2 Anzahl: 1 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [B] Für ( F $\sharp$ G A B $\flat$ ): Dur: [] Moll: [G]	O.O.OO..... g2   g2   k2 Anzahl: 3 Start C-Dur: [G C] Start C-Moll: [E $\flat$ ] Für ( C D E F ): Dur: [C F] Moll: [A]	O.O.O.O..... g2   g2   g2 Anzahl: 1 Start C-Dur: [F] Start C-Moll: [] Für ( F G A B ): Dur: [C] Moll: []
O.O....O.... g2   r4 Anzahl: 7 Start C-Dur: [D F G A C] Start C-Moll: [F C] Für ( C D G ): Dur: [C E $\flat$ F G B $\flat$ ] Moll: [C G]	O.OOO..... g2   k2   k2	O..OOO..... k3   k2   k2 OOO...O..... k2   k2   g3 OO.O..O.....	O..OO.O..... k3   k2   g2 Anzahl: 2 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [A $\flat$ B] Für ( F $\sharp$ A B $\flat$ C ): Dur: [] Moll: [G B $\flat$ ]
			OO...OO..... k2   g3   k2 Anzahl: 2

## Generierung aller tonalen Pitch Class Sets mit jeweils beinhaltenden Tonarten

Start C-Dur: [B]	Für ( D E $\flat$ F $\sharp$ A ):	Dur: [F B $\flat$ C]	Für ( F $\sharp$ G B $\flat$ D ):
Start C-Moll: [D]	Dur: []	Moll: [D]	Dur: []
Für ( B C E F ):	Moll: [G]		Moll: [G B]
Dur: [C]		O...OO.O...	
Moll: [A]	O.O.O.O...	g3   k2   g2	O.O.O...O...
	g2   g2   k3	Anzahl: 3	g2   g2   g3
O.O..OO.....	Anzahl: 3	Start C-Dur: [G C]	Anzahl: 1
g2   k3   k2	Start C-Dur: [F G C]	Start C-Moll: [G]	Start C-Dur: []
	Start C-Moll: []	Für ( C E F G ):	Start C-Moll: [E $\flat$ ]
O..O.OO.....	Für ( C D E G ):	Dur: [C F]	Für ( D E F $\sharp$ B $\flat$ ):
k3   g2   k2	Dur: [C F G]	Moll: [F]	Dur: []
Anzahl: 2	Moll: []		Moll: [B]
Start C-Dur: [B]		OO....OO....	
Start C-Moll: [D]	O..OO..O...	k2   r4   k2	O..OO...O...
Für ( B D E F ):	k3   k2   k3		k3   k2   g3
Dur: [C]	Anzahl: 1	O.O...OO....	Anzahl: 1
Moll: [A]	Start C-Dur: []	g2   g3   k2	Start C-Dur: []
	Start C-Moll: [A $\flat$ ]	Anzahl: 2	Start C-Moll: [B]
O...OOO.....	Für ( E G A $\flat$ B ):	Start C-Dur: [F]	Für ( F $\sharp$ A B $\flat$ D ):
g3   k2   k2	Dur: []	Start C-Moll: [F]	Dur: []
	Moll: [A $\flat$ ]	Für ( F G B C ):	Moll: [G]
OOO....O....		Dur: [C]	
k2   k2   r4	OO...O.O...	Moll: [C]	OO...O.O...
	k2   g3   g2		k2   g3   k3
OO.O...O....	Anzahl: 2	O..O..OO....	Anzahl: 3
k2   g2   g3	Start C-Dur: [E]	k3   k3   k2	Start C-Dur: [E B]
Anzahl: 1	Start C-Moll: [G]	Anzahl: 2	Start C-Moll: [G]
Start C-Dur: [E]	Für ( E F A B ):	Start C-Dur: []	Für ( E F A C ):
Start C-Moll: []	Dur: [C]	Start C-Moll: [F A $\flat$ ]	Dur: [F C]
Für ( E F G B ):	Moll: [A]	Für ( C E $\flat$ F $\sharp$ G ):	Moll: [A]
Dur: [C]		Dur: []	
Moll: []	O.O..O.O...	Moll: [E G]	O.O..O..O...
	g2   k3   g2		g2   k3   k3
O.OO...O....	Anzahl: 5	O...O.OO....	Anzahl: 3
g2   k2   g3	Start C-Dur: [D G A	g3   g2   k2	Start C-Dur: [A]
Anzahl: 4	C]	Anzahl: 2	Start C-Moll: [E $\flat$ C]
Start C-Dur: [D A]	Start C-Moll: [C]	Start C-Dur: [F]	Für ( A B D F ):
Start C-Moll: [F C]	Für ( C D F G ):	Start C-Moll: [A $\flat$ ]	Dur: [C]
Für ( D E F A ):	Dur: [C E $\flat$ F B $\flat$ ]	Für ( F A B C ):	Moll: [A F $\sharp$ ]
Dur: [F C]	Moll: [C]	Dur: [C]	
Moll: [D A]		Moll: [A]	O..O.O..O...
	O..O.O.O...		k3   g2   k3
O.O..O.O....	k3   g2   g2	OO..O...O...	Anzahl: 4
k2   k3   k3	Anzahl: 4	k2   k3   g3	Start C-Dur: [E A B]
Anzahl: 1	Start C-Dur: [D E A]	Anzahl: 2	Start C-Moll: [C]
Start C-Dur: []	Start C-Moll: [C]	Start C-Dur: []	Für ( E G A C ):
Start C-Moll: [G]	Für ( D F G A ):	Start C-Moll: [G B]	Dur: [F G C]

## Generierung aller tonalen Pitch Class Sets mit jeweils beinhaltenden Tonarten

Moll: [E]	Anzahl: 1	k2   k2   k3   g2	O.OO..OO....
O.O...O.O...	Start C-Dur: []	OO.O.O.O....	g2   k2   k3   k2
g2   g3   g2	Start C-Moll: [B]	k2   g2   g2   g2	Anzahl: 1
O..O..O.O...	Für ( F# G A Bb C ):	Anzahl: 1	Start C-Dur: []
k3   k3   g2	Dur: []	Start C-Dur: [E]	Start C-Moll: [F]
Anzahl: 2	Moll: [G]	Start C-Moll: []	Für ( C D Eb F# G ):
Start C-Dur: [B]	O.OOO.O....	Für ( E F G A B ):	Dur: []
Start C-Moll: [B]	g2   k2   k2   g2	Dur: [C]	Moll: [G]
Für ( B D F G ):	OOO..OO....	Moll: []	OO..O.OO....
Dur: [C]	k2   k2   k3   k2	O.OO.O.O....	k2   k3   g2   k2
Moll: [C]	OO.O.OO....	g2   k2   g2   g2	O.O.O.OO....
O..O..O..O..	k2   g2   g2   k2	Anzahl: 3	g2   g2   g2   k2
k3   k3   k3	Anzahl: 2	Start C-Dur: [D A]	Anzahl: 1
Anzahl: 4	Start C-Dur: [B]	Start C-Moll: [C]	Start C-Dur: [F]
Start C-Dur: []	Start C-Moll: [D]	Für ( D E F G A ):	Start C-Moll: []
Start C-Moll: [D F	Für ( B C D E F ):	Dur: [F C]	Für ( F G A B C ):
Ab B]	Dur: [C]	Moll: [D]	Dur: [C]
Für ( C Eb F# A ):	Moll: [A]	OO..OO.O....	Moll: []
Dur: []	O.OO.OO....	k2   k3   k2   g2	O..OO.OO....
Moll: [C# E G Bb]	g2   k2   g2   k2	Anzahl: 1	k3   k2   g2   k2
OOOOO.....	OO..OOO....	Start C-Dur: []	Anzahl: 1
k2   k2   k2   k2	k2   k3   k2   k2	Start C-Moll: [G]	Start C-Dur: []
OOOO.O.....	O.O.OOO....	Für ( D Eb F# G A ):	Start C-Moll: [Ab]
k2   k2   k2   g2	g2   g2   k2   k2	Dur: []	Für ( Bb C# D E F ):
OOO.OO.....	O..OOOO....	Moll: [G]	Dur: []
k2   k2   g2   k2	k3   k2   k2   k2	O.O.OO.O....	Moll: [D]
OO.OOO.....	OOOO...O....	g2   g2   k2   g2	OO...OOO....
k2   g2   k2   k2	k2   k2   k2   g3	Anzahl: 2	k2   g3   k2   k2
O.OOOO.....	OOO.O..O....	Start C-Dur: [G C]	O.O..OOO....
g2   k2   k2   k2	k2   k2   g2   k3	Start C-Moll: []	g2   k3   k2   k2
OOOO..O.....	OO.OO..O....	Für ( C D E F G ):	O..O.OOO....
k2   k2   k2   k3	k2   g2   k2   k3	Dur: [C F]	k3   g2   k2   k2
OOO.O.O.....	O.OOO..O....	Moll: []	O..OOO.O....
k2   k2   g2   g2	g2   k2   k2   k3	O..OOO.O....	k3   k2   k2   g2
OOO.O.O.....	OO.OO..O....	k3   k2   k2   g2	O..OOOO....
k2   k2   g2   g2	O.OOO..O....	OOO...OO....	g3   k2   k2   k2
OO.OO.O.....	g2   k2   k2   k3	k2   k2   g3   k2	OOO.O...O....
k2   g2   k2   g2	OOO..O.O....	OO.O..OO....	k2   k2   g2   g3
OO.OO.O.....	OOO..O.O....	k2   g2   k3   k2	OO.OO...O....
k2   g2   k2   g2			k2   g2   k2   g3

## Generierung aller tonalen Pitch Class Sets mit jeweils beinhaltenden Tonarten

Anzahl: 1	Moll: [B]	Dur: [C]	
Start C-Dur: []		Moll: []	O..O.O.OO...
Start C-Moll: [B]	O..OOO..O...		k3   g2   g2   k2
Für ( F# G A Bb D ):	k3   k2   k2   k3	O.O..OO.O...	Anzahl: 3
Dur: []		g2   k3   k2   g2	Start C-Dur: [E A]
Moll: [G]	OOO...O.O...		Start C-Moll: [C]
	k2   k2   g3   g2	O..O.OO.O...	Für ( E G A B C ):
O.OOO...O...		k3   g2   k2   g2	Dur: [G C]
g2   k2   k2   g3	OO.O..O.O...	Anzahl: 1	Moll: [E]
	k2   g2   k3   g2	Start C-Dur: [B]	
OOO..O..O...	Anzahl: 2	Start C-Moll: []	O..O..OOO...
k2   k2   k3   k3	Start C-Dur: [B]	Für ( B D E F G ):	k3   k3   k2   k2
	Start C-Moll: [B]	Dur: [C]	
OO.O.O..O...	Für ( B C D F G ):	Moll: []	OO.O..O..O..
k2   g2   g2   k3	Dur: [C]		k2   g2   k3   k3
Anzahl: 2	Moll: [C]	O.OO...OO...	Anzahl: 2
Start C-Dur: [E B]		g2   k2   g3   k2	Start C-Dur: []
Start C-Moll: []	O.OO..O.O...	Anzahl: 2	Start C-Moll: [D B]
Für ( E F G A C ):	g2   k2   k3   g2	Start C-Dur: [A]	Für ( C# D E G Bb ):
Dur: [F C]		Start C-Moll: [C]	Dur: []
Moll: []	OO..O.O.O...	Für ( A B C E F ):	Moll: [D B]
	k2   k3   g2   g2	Dur: [C]	
O.OO.O..O...	Anzahl: 1	Moll: [A]	O.OO..O..O..
g2   k2   g2   k3	Start C-Dur: []		g2   k2   k3   k3
Anzahl: 2	Start C-Moll: [B]	OO..O..OO...	Anzahl: 1
Start C-Dur: [A]	Für ( F# G Bb C D ):	k2   k3   k3   k2	Start C-Dur: []
Start C-Moll: [C]	Dur: []	Anzahl: 1	Start C-Moll: [F]
Für ( A B C D F ):	Moll: [G]	Start C-Dur: []	Für ( C D Eb F# A ):
Dur: [C]		Start C-Moll: [G]	Dur: []
Moll: [A]	O.O.O.O.O...	Für ( E F Ab B C ):	Moll: [G]
	g2   g2   g2   g2	Dur: []	
OO..OO..O...		Moll: [A]	OO..O.O..O..
k2   k3   k2   k3	O..OO.O.O...		k2   k3   g2   k3
Anzahl: 1	k3   k2   g2   g2	O.O.O..OO...	Anzahl: 1
Start C-Dur: []	Anzahl: 1	g2   g2   k3   k2	Start C-Dur: []
Start C-Moll: [G]	Start C-Dur: []		Start C-Moll: [B]
Für ( A Bb C# D F ):	Start C-Moll: [B]	O..OO..OO...	Für ( C# D F G Bb ):
Dur: []	Für ( F# A Bb C D ):	k3   k2   k3   k2	Dur: []
Moll: [D]	Dur: []		Moll: [D]
	Moll: [G]	O.O..O.OO...	
O.O.OO..O...	OO...OO.O...	g2   k3   g2   k2	O.O.O.O..O..
g2   g2   k2   k3	k2   g3   k2   g2	Anzahl: 2	g2   g2   g2   k3
Anzahl: 1	Anzahl: 1	Start C-Dur: [A]	Anzahl: 1
Start C-Dur: []	Start C-Dur: [B]	Start C-Moll: [C]	Start C-Dur: [F]
Start C-Moll: [Eb]	Start C-Moll: []	Für ( A B D E F ):	Start C-Moll: []
Für ( D E F# G Bb ):	Für ( B C E F G ):	Dur: [C]	Für ( F G A B D ):
Dur: []		Moll: [A]	Dur: [C]

## Generierung aller tonalen Pitch Class Sets mit jeweils beinhaltenden Tonarten

Moll: []	k2   k2   g2   k2   g2	O..00000.... k3   k2   k2   k2   k2	000..00.O... k2   k2   k3   k2   g2
O.O..00..O.. g2   k3   k2   k3	00.000.O.... k2   g2   k2   k2   g2	00000...O... k2   k2   k2   k2   g3	00.O.00.O... k2   g2   g2   k2   g2
O.O.O..O.O.. g2   g2   k3   g2 Anzahl: 3 Start C-Dur: [F G C] Start C-Moll: [] Für ( C D E G A ): Dur: [C F G] Moll: []	O.0000.O.... g2   k2   k2   k2   g2	0000.O..O... k2   k2   k2   g2   k3	Anzahl: 1 Start C-Dur: [B] Start C-Moll: [] Für ( B C D E F G ): Dur: [C] Moll: []
000000..... k2   k2   k2   k2   k2	000.O.00.... k2   k2   g2   g2   k2	000.OO..O... k2   k2   g2   k2   k3	O.OO.OO.O... g2   k2   g2   k2   g2
00000.O..... k2   k2   k2   k2   g2	00.00.00.... k2   g2   k2   g2   k2	O.0000..O... g2   k2   k2   k2   k3	00..000.O... k2   k3   k2   k2   g2
0000.00..... k2   k2   k2   g2   k2	O.000.00.... g2   k2   k2   g2   k2	0000..O.O... k2   k2   k2   k3   g2	O.O.000.O... g2   g2   k2   k2   g2
000.000..... k2   k2   g2   k2   k2	000..000.... k2   k2   k3   k2   k2	000.O.O.O... k2   k2   g2   g2   g2	O..0000.O... k3   k2   k2   k2   g2
00.0000..... k2   g2   k2   k2   k2	00.O.000.... k2   g2   g2   k2   k2	00.OO.O.O... k2   g2   k2   g2   g2	0000...00... k2   k2   k2   g3   k2
O.00000..... g2   k2   k2   k2   k2	O.OO.000.... g2   k2   g2   k2   k2	Anzahl: 1 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [B] Für ( F# G A Bb C D ): Dur: [] Moll: [G]	000.O..00... k2   k2   g2   k3   k2
00000..O.... k2   k2   k2   k2   k3	00..0000.... k2   k3   k2   k2   k2	O.OO.O.O.O... g2   k2   k2   g2   g2	00.00..00... k2   g2   k2   k3   k2
0000.O.O.... k2   k2   k2   g2   g2	O.O.0000.... g2   g2   k2   k2   k2	O.000.O.O... g2   k2   k2   g2   g2	O.000..00... g2   k2   k2   k3   k2
000.00.O....			000..000...

## Generierung aller tonalen Pitch Class Sets mit jeweils beinhaltenden Tonarten

k2   k2   k3   g2   k2	k2   g2   k3   k2   k2	g2   k2   k2   g2   k3	k2   g2   g2   g2   g2
OO.O.O.OO... k2   g2   g2   g2   k2 Anzahl: 1 Start C-Dur: [E] Start C-Moll: [] Für ( E F G A B C ): Dur: [C] Moll: []	O.OO..OOO... g2   k2   k3   k2   k2 OO..O.OOO... k2   k3   g2   k2   k2 O.O.O.OOO... g2   g2   g2   k2   k2	OOO..OO..O.. k2   k2   k3   k2   k3 OO.O.OO..O.. k2   g2   g2   k2   k3 Anzahl: 1 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [D] Für ( E F G A B♭ C♯ ): Dur: [] Moll: [D]	O.OO.O.O.O.. g2   k2   g2   g2   g2 Anzahl: 1 Start C-Dur: [D] Start C-Moll: [] Für ( D E F G A B ): Dur: [C] Moll: []
O.OO.O.OO... g2   k2   g2   g2   k2 Anzahl: 2 Start C-Dur: [A] Start C-Moll: [C] Für ( A B C D E F ): Dur: [C] Moll: [A]	O..OO.OOO... k3   k2   g2   k2   k2 O.O..OOOO... g2   k3   k2   k2   k2	O.OO.OO..O.. g2   k2   g2   k2   k3 OO..OOO..O.. k2   k3   k2   k2   k3	OO..OO.O.O.. k2   k3   k2   g2   g2 O.O.OO.O.O.. g2   g2   k2   g2   g2 Anzahl: 2 Start C-Dur: [G C] Start C-Moll: [] Für ( C D E F G A ): Dur: [C F] Moll: []
OO..OO.OO... k2   k3   k2   g2   k2 Anzahl: 1 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [G] Für ( A B♭ C♯ D E F ): Dur: [] Moll: [D]	O..O.OOOO... k3   g2   k2   k2   k2 OOOO..O..O.. k2   k2   k2   k3   k3 OOO.O.O..O.. k2   k2   g2   g2   k3	O.O.OOO..O.. g2   g2   k2   k2   k3 OOO.O..O.O.. k2   k2   g2   k3   g2	OO.O..OO.O.. k2   g2   k3   k2   g2 O.OO..OO.O.. g2   k2   k3   k2   g2 Anzahl: 1 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [F] Für ( C D E♭ F♯ G A ): Dur: [] Moll: [G]
O.O.OO.OO... g2   g2   k2   g2   k2	OO.OO.O..O.. k2   g2   k2   g2   k3	OO.OO..O.O.. k2   g2   k2   k3   g2	O.OO..OO.O.. k2   k3   k2   k2   g2
O..OOO.OO... k3   k2   k2   g2   k2	Anzahl: 1 Start C-Dur: [] Start C-Moll: [B] Für ( C♯ D E F G B♭ ): Dur: [] Moll: [D]	O.OOO..O.O.. g2   k2   k2   k3   g2	OO..O.OO.O.. k2   k3   g2   k2   g2
OOO...OOO... k2   k2   g3   k2   k2	OOO.O.O..O.. Dur: [] Moll: [D]	OOO..O.O.O.. k2   k2   k3   g2   g2	OO..O.OO.O.. k2   k3   g2   k2   g2
OO.O..OOO... O.OOO.O..O.. OO.O.O.O.O.. OO.O.O.O.O.. OO.O.O.O.O..	O.OOO.O..O.. OO.O.O.O.O.. OO.O.O.O.O.. OO.O.O.O.O.. OO.O.O.O.O..	OO.O.O.O.O.. k2   k2   k3   g2   g2 OO.O.O.O.O.. k2   k2   k3   g2   g2 OO.O.O.O.O.. k2   k2   k3   g2   g2 OO.O.O.O.O.. k2   k2   k3   g2   g2	O.O.O.OO.O.. k2   k3   g2   k2   g2 O.O.O.OO.O.. k2   k3   g2   k2   g2 O.O.O.OO.O.. k2   k3   g2   k2   g2 O.O.O.OO.O.. k2   k3   g2   k2   g2

## Generierung aller tonalen Pitch Class Sets mit jeweils beinhaltenden Tonarten

<p>g2   g2   g2   k2   g2 Anzahl: 1 Start C-Dur: [F] Start C-Moll: [] Für ( F G A B C D ): Dur: [C] Moll: []</p> <p>OO..OO..OO.. k2   k3   k2   k3   k2</p>	<p>OO.O.OO.O.O. k2   g2   g2   k2   g2   g2 Anzahl: 1 Start C-Dur: [B] Start C-Moll: [] Für ( B C D E F G A ): Dur: [C] Moll: []</p>
---	--

O.O.OO..OO..  
g2 | g2 | k2 | k3 |  
k2  
Anzahl: 1  
Start C-Dur: []  
Start C-Moll: [Eb]  
Für ( F G A Bb C# D ):  
Dur: []  
Moll: [D]

O.OO..O.OO..  
g2 | k2 | k3 | g2 |  
k2

O.O.O.O.OO..  
g2 | g2 | g2 | g2 |  
k2

O.O.O.O.O.O.  
g2 | g2 | g2 | g2 |  
g2

OO.OO.O.OO..  
k2 | g2 | k2 | g2 |  
g2 | k2  
Anzahl: 1  
Start C-Dur: []  
Start C-Moll: [B]  
Für ( C# D E F G A Bb ):  
Dur: []  
Moll: [D]